

Задания 10 класс

1. Найдите все корни уравнения $(x - a)(x - b) = (x - c)(x - d)$, если известно, что $a + d = b + c = 2015$ и $a \neq c$ (сами числа a, b, c, d не даны).

2. Вася выбрал некоторое число x и выписал последовательность $a_1 = 1 + x^2 + x^3,$

$a_2 = 1 + x^3 + x^4,$ $a_3 = 1 + x^4 + x^5,$..., $a_n = 1 + x^{n+1} + x^{n+2},$ Оказалось, что $a_n^2 = a_{n-1} a_{n+1}$. Докажите,

что для всех $n \geq 3$ выполняется равенство $a_n^2 = a_{n-1} a_{n+1}$.

3. Какое наименьшее число уголков из 3 клеток нужно покрасить в квадрате 5×5 так, чтобы больше ни одного уголка покрасить было нельзя? (Закрашенные уголки не должны перекрываться.)

4. Назовем число, большее 25, *полупростым*, если оно является суммой каких-то двух различных простых чисел. Какое наибольшее количество последовательных натуральных чисел могут оказаться полупростыми?

5. Пусть AA_1 и CC_1 – высоты остроугольного неравнобедренного треугольника ABC , а K, L и M – середины сторон AB, BC и CA соответственно. Докажите, что если $\angle C_1MA_1 = \angle ABC$, то $C_1K = A_1L$.