

Всероссийская олимпиада школьников по математике.

II этап

10 класс

14.11.2019

Работа рассчитана на 235 минут

1. Иван и Петр бегут в разных направлениях по круговым дорожкам с общим центром, причем вначале они находятся на минимальном расстоянии друг от друга. Иван делает один полный круг каждые 20 секунд, а Пётр делает один полный круг каждые 28 секунд. Через какое наименьшее время они будут находиться на максимальном расстоянии друг от друга?
2. Рациональные числа a , b и c таковы, что $(a+b+c)(a+b-c)=4c^2$. Доказать, что $a+b=0$.
3. Пусть $f(x)=x^2-px+q$. Оказалось, что $f(p+q)=0$ и $f(p-q)=0$. Найти p и q .
4. Найти все функции f , определённые на множестве действительных чисел и принимающие действительные значения такие, что для любых действительных x и y выполняется равенство
$$f(xy)=f(x)f(y)-2xy.$$
5. Биссектрисы AD и BE треугольника ABC пересекаются в точке I . Оказалось, что площадь треугольника ABI равна площади четырёхугольника $CDIE$. Найти AB , если $CA=9$, $CB=4$.
6. В одной компании среди любых 9 человек есть два человека, которые знают друг друга. Доказать, что в этой компании найдется группа из восьми человек такая, что каждый из остальных знает кого-нибудь из этой группы.

Всероссийская олимпиада школьников по математике.

II этап

10 класс

14.11.2019

Работа рассчитана на 235 минут

1. Иван и Петр бегут в разных направлениях по круговым дорожкам с общим центром, причем вначале они находятся на минимальном расстоянии друг от друга. Иван делает один полный круг каждые 20 секунд, а Пётр делает один полный круг каждые 28 секунд. Через какое наименьшее время они будут находиться на максимальном расстоянии друг от друга?
2. Рациональные числа a , b и c таковы, что $(a+b+c)(a+b-c)=4c^2$. Доказать, что $a+b=0$.
3. Пусть $f(x)=x^2-px+q$. Оказалось, что $f(p+q)=0$ и $f(p-q)=0$. Найти p и q .
4. Найти все функции f , определённые на множестве действительных чисел и принимающие действительные значения такие, что для любых действительных x и y выполняется равенство
$$f(xy)=f(x)f(y)-2xy.$$
5. Биссектрисы AD и BE треугольника ABC пересекаются в точке I . Оказалось, что площадь треугольника ABI равна площади четырёхугольника $CDIE$. Найти AB , если $CA=9$, $CB=4$.
6. В одной компании среди любых 9 человек есть два человека, которые знают друг друга. Доказать, что в этой компании найдется группа из восьми человек такая, что каждый из остальных знает кого-нибудь из этой группы.