

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
2019 – 2020 учебный год
Математика
10 класс

Максимальная оценка – 35 баллов
Время выполнения заданий 4 часа (240 минут)

10.1. Может ли квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ с целыми коэффициентами иметь дискриминант равный 23?

10.2. В окружность вписан равнобедренный треугольник с основанием a и углом при основании α . Кроме того, построена вторая окружность, касающаяся первой окружности и основания треугольника, причём точка касания является серединой основания. Найдите радиус второй окружности.

10.3. Володя расставил несколько (возможно 0) шахматных фигур на доску 8×8 . Лёня заметил, что в каждом квадрате 2×2 стоит одинаковое количество фигур. А Влад заметил, что в каждом прямоугольнике 3×1 (или 1×3) стоит одинаковое количество фигур. Сколько фигур было выставлено на доску? (Укажите все варианты и докажите, что других нет.)

10.4. Докажите, что если сумма $(x^2 + y^2)$ делится на 3 и $x, y \in \mathbb{Z}$ целые, то x и y делятся на 3.

10.5. В настоящее время есть монеты 1, 2, 5 и 10 рублей. Укажите все денежные суммы, которые можно уплатить как четным, так и нечетным числом монет. (Можно использовать одинаковые монеты.)