

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике

10 класс

10.1. Расставьте в клетки таблицы 5×5 целые числа так, чтобы сумма чисел во всей таблице была положительной, а сумма чисел в любом квадрате 3×3 была отрицательной.

10.2. На доске есть числа $\sqrt{3}$ и $\sqrt{5}$. Разрешается дописать на доске сумму, разность или произведение любых двух **различных чисел**, уже выписанных на доске. Докажите, что можно выписать на доске число 1.

10.3. Лёша закрашивает клетки внутри квадрата 6×6 , нарисованного на клетчатой бумаге. Потом он отмечает те узлы (пересечения линий клетчатой бумаги), к которым примыкает одинаковое количество закрашенных и не закрашенных квадратов. Какое наибольшее число узлов может оказаться отмеченным?

10.4. Прямая пересекает гиперболу $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) в точках с абсциссами x_1 и x_2 , а ось абсцисс – в точке с абсциссой x_3 . Докажите, что $x_1 + x_2 = x_3$.

10.5. На сторонах BC и AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ отмечены их середины – точки M и N соответственно. Отрезки MN и AC пересекаются в точке O , причем $MO = ON$. Известно, что площадь треугольника ABC равна 2019. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.