

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019-2020 ГГ.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП.**

10-Й КЛАСС

1 Решите уравнение $(x^2 - 6x - 9)^2 = x(x^2 - 4x - 9)$.

2 Докажите, что для любого натурального n выполняется неравенство $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)} < \frac{1}{4}$.

3 Докажите, что если $a + b + c \div 6$, то $a^3 + b^3 + c^3 \div 6$.

4 Найдите наименьшее значение выражения $\sqrt{x^2 + 4} + \sqrt{x^2 - 3\sqrt{2}x + 9}$.

5 В треугольнике ABC проведены биссектрисы AL и BT , которые пересекаются в точке I , а их продолжения пересекают окружность, описанную около треугольника ABC в точках E и D соответственно. Отрезок DE пересекает стороны AC и BC в точках F и K соответственно. Докажите, что:

- а) четырёхугольник $IKCF$ – ромб;
- б) сторона этого ромба равна $\sqrt{DF \cdot EK}$.

*На выполнение задания дается 4 часа
Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**Пользоваться электронными средствами
(ноутбуками, мобильными телефонами, калькуляторами и т.п.), а также любой литературой,
получать консультации по выполнению заданий КАТЕГОРИЧЕСКИ ЗАПРЕЩАЕТСЯ**