

## 10-й класс

- 10.1** Пусть  $f(x, y) = kx + \frac{1}{y}$ . Докажите, что если  $f(a, b) = f(b, a)$  при  $a \neq b$ , то  $f(ab, 1) = 0$ .
- 10.2** Последовательность чисел  $x_1, x_2, x_3, \dots$  образована по закону:  
 $x_1 = 1, x_{n+1} = 1 + \frac{x_n^2}{n}$  для  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Найдите  $x_{2019}$ .
- 10.3** Все целые числа от 1 до  $2n$  выписали в строку в случайном порядке. Затем к каждому числу прибавили номер того места, на котором оно стоит. Докажите, что среди полученных сумм найдутся хотя бы две, дающие при делении на  $2n$  одинаковый остаток.
- 10.4** В один из дней года оказалось, что каждый житель города сделал не более одного звонка по телефону. Докажите, что население города можно разбить не более, чем на три группы так, чтобы жители, входящие в одну группу, не разговаривали в этот день между собой по телефону.
- 10.5** В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$   $\angle CBD = \angle CAB$ ,  $\angle ACD = \angle ADB$ . Докажите, что из отрезков  $BC$ ,  $AD$ ,  $AC$  можно сложить прямоугольный треугольник.