

**II (муниципальный) тур всероссийской олимпиады школьников
по математике в 2019-2020 учебном году**

Задачи для 10 класса

10.1. Числа a , b , c , отличные от нуля, образуют геометрическую прогрессию (и именно в этом порядке: b – средний член прогрессии). Доказать, что уравнение $ax^2 + 2\sqrt{2}bx + c = 0$ имеет два корня.

10.2. В ряд последовательно выписаны 21 число: от 1999 до 2019 включительно. Увлеченные нумерологией Вова и Дима совершили следующий ритуал: сначала Вова стер несколько последовательных чисел, затем Дима стер несколько последовательных чисел, наконец, Вова стер несколько последовательных чисел (в каждом шаге они стирали *последовательные натуральные числа*, не перепрыгивая через образовавшиеся лакуны). В итоге сумма чисел, стертых Вовой, оказалось ровно в четыре раза больше суммы чисел, стертых Димой, и от ряда осталось одно число. Какое число осталось нестертым?

10.3. В таблице 3×3 написаны 9 чисел так, что суммы чисел в строках, в столбцах и на каждой из 2 диагоналей равны между собой. Сумма всех 9 чисел равна 2019. Какое число написано в центральной клетке таблицы?

10.4. Все углы пятиугольника $ABCDE$ равны. Докажите, что серединные перпендикуляры к отрезкам AB и CD пересекаются на биссектрисе угла E .

10.5. Рациональные числа a и b удовлетворяют равенству

$$a^3b + ab^3 + 2a^2b^2 + 2a + 2b + 1 = 0.$$

Доказать, что $\sqrt{1-ab}$ – рациональное число.