XLVI Всероссийская математическая олимпиада школьников
Муниципальный этап Олимпиады в Республике Саха (Якутия)

10 класс

(Время выполнения заданий – 4 часа.

Во всех задачах ответ нужно обосновать.)

10.1. Графики функций $f(x)=ax^2+bx$, $g(x)=cx^2+dx$, $f_1(x)=ax+b$, $g_1(x)=cx+d$, пересекаются в одной точке с отрицательной абсциссой. Докажите, что если $ac\neq 0$, то $bc=ad$.

10.2. В турнире по шахматам каждый из 10 игроков сыграл с каждым по одной партии, и Петя занял последнее место (набрал меньше очков, чем любой другой участник). Потом одного игрока дисквалифицировали, и все очки, набранные во встречах с ним, аннулировали, и этого игрока исключили из таблицы. Мог ли в результате Петя стать победителем турнира (набрать больше очков, чем любой другой участник)?

10.3. Каждый из 13 ребят задумал целое число. Оказалось, что сумма задуманных чисел равна 125. После чего каждый изменил свое число: либо разделил его на 3, либо умножил его на 5. Могла ли сумма полученных 13 чисел равняться 175?

10.4. Числа x, y, z таковы, что $2x>y^2+z^2$, $2y>x^2+z^2$, $2z>y^2+x^2$. Докажите, что $xyz<1$.

10.5. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность Ω с центром O, при этом BD – диаметр окружности. Лучи AB и DC пересекаются в точке S. Окружность ω, проходящая через точки A, O, C, пересекает отрезок CD в точке M $(M\neq C)$. Докажите, что M – середина отрезка DS.

10 класс

(Время выполнения заданий – 4 часа.

Во всех задачах ответ нужно обосновать.)

10.1. Графики функций $f(x)=ax^2+bx$, $g(x)=cx^2+dx$, $f_1(x)=ax+b$, $g_1(x)=cx+d$, пересекаются в одной точке с отрицательной абсциссой. Докажите, что если $ac\neq 0$, то $bc=ad$.

10.2. В турнире по шахматам каждый из 10 игроков сыграл с каждым по одной партии, и Петя занял последнее место (набрал меньше очков, чем любой другой участник). Потом одного игрока дисквалифицировали, и все очки, набранные во встречах с ним, аннулировали, и этого игрока исключили из таблицы. Мог ли в результате Петя стать победителем турнира (набрать больше очков, чем любой другой участник)?

10.3. Каждый из 13 ребят задумал целое число. Оказалось, что сумма задуманных чисел равна 125. После чего каждый изменил свое число: либо разделил его на 3, либо умножил его на 5. Могла ли сумма полученных 13 чисел равняться 175?

10.4. Числа x, y, z таковы, что $2x>y^2+z^2$, $2y>x^2+z^2$, $2z>y^2+x^2$. Докажите, что $xyz<1$.

10.5. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность Ω с центром O, при этом BD – диаметр окружности. Лучи AB и DC пересекаются в точке S. Окружность ω, проходящая через точки A, O, C, пересекает отрезок CD в точке M $(M\neq C)$. Докажите, что M – середина отрезка DS.

XLVI Всероссийская математическая олимпиада школьников
Муниципальный этап Олимпиады в Республике Саха (Якутия)

10 класс

(Время выполнения заданий – 4 часа.

Во всех задачах ответ нужно обосновать.)

10.1. Графики функций $f(x)=ax^2+bx$, $g(x)=cx^2+dx$, $f_1(x)=ax+b$, $g_1(x)=cx+d$, пересекаются в одной точке с отрицательной абсциссой. Докажите, что если $ac\neq 0$, то $bc=ad$.

10.2. В турнире по шахматам каждый из 10 игроков сыграл с каждым по одной партии, и Петя занял последнее место (набрал меньше очков, чем любой другой участник). Потом одного игрока дисквалифицировали, и все очки, набранные во встречах с ним, аннулировали, и этого игрока исключили из таблицы. Мог ли в результате Петя стать победителем турнира (набрать больше очков, чем любой другой участник)?

10.3. Каждый из 13 ребят задумал целое число. Оказалось, что сумма задуманных чисел равна 125. После чего каждый изменил свое число: либо разделил его на 3, либо умножил его на 5. Могла ли сумма полученных 13 чисел равняться 175?

10.4. Числа x, y, z таковы, что $2x>y^2+z^2$, $2y>x^2+z^2$, $2z>y^2+x^2$. Докажите, что $xyz<1$.

10.5. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность Ω с центром O, при этом BD – диаметр окружности. Лучи AB и DC пересекаются в точке S. Окружность ω, проходящая через точки A, O, C, пересекает отрезок CD в точке M $(M\neq C)$. Докажите, что M – середина отрезка DS.

XLVI Всероссийская математическая олимпиада школьников
Муниципальный этап Олимпиады в Республике Саха (Якутия)

10 класс

(Время выполнения заданий – 4 часа.

Во всех задачах ответ нужно обосновать.)

10.1. Графики функций $f(x)=ax^2+bx$, $g(x)=cx^2+dx$, $f_1(x)=ax+b$, $g_1(x)=cx+d$, пересекаются в одной точке с отрицательной абсциссой. Докажите, что если $ac\neq 0$, то $bc=ad$.

10.2. В турнире по шахматам каждый из 10 игроков сыграл с каждым по одной партии, и Петя занял последнее место (набрал меньше очков, чем любой другой участник). Потом одного игрока дисквалифицировали, и все очки, набранные во встречах с ним, аннулировали, и этого игрока исключили из таблицы. Мог ли в результате Петя стать победителем турнира (набрать больше очков, чем любой другой участник)?

10.3. Каждый из 13 ребят задумал целое число. Оказалось, что сумма задуманных чисел равна 125. После чего каждый изменил свое число: либо разделил его на 3, либо умножил его на 5. Могла ли сумма полученных 13 чисел равняться 175?

10.4. Числа x, y, z таковы, что $2x>y^2+z^2$, $2y>x^2+z^2$, $2z>y^2+x^2$. Докажите, что $xyz<1$.

10.5. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность Ω с центром O, при этом BD – диаметр окружности. Лучи AB и DC пересекаются в точке S. Окружность ω, проходящая через точки A, O, C, пересекает отрезок CD в точке M $(M\neq C)$. Докажите, что M – середина отрезка DS.