

Всероссийская олимпиада школьников по математике.

II этап

11 класс

14.11.2019

Работа рассчитана на 235 минут

1. Доказать, что если $2^x+y<z$ и $2^y+z<x$, то $2^z+x>y$.
2. В тетраэдре совпали центры описанной и полувписанной сфер. Верно ли, что тетраэдр правильный? (Полувписанная в тетраэдр сфера – это сфера, касающаяся всех его рёбер.)
3. Решить уравнение $\sin x + \cos x + \sin x \cos x = 2$.
4. Найти все функции f , определённые на множестве действительных чисел и принимающие действительные значения такие, что для любых действительных x , y и z выполняется равенство $f(xyz) = f(x)f(y)f(z) - 6xyz$.
5. Биссектрисы AD и BE треугольника ABC пересекаются в точке I . Оказалось, что площадь треугольника ABI равна площади четырёхугольника $CDIE$. Найти наибольшее возможное значение угла ACB .
6. В одной компании среди любых 11 человек есть два человека, которые знают друг друга. Доказать, что в этой компании найдется группа из десяти человек такая, что каждый из остальных знает кого-нибудь из этой группы.

Всероссийская олимпиада школьников по математике.

II этап

11 класс

14.11.2019

Работа рассчитана на 235 минут

1. Доказать, что если $2^x+y<z$ и $2^y+z<x$, то $2^z+x>y$.
2. В тетраэдре совпали центры описанной и полувписанной сфер. Верно ли, что тетраэдр правильный? (Полувписанная в тетраэдр сфера – это сфера, касающаяся всех его рёбер.)
3. Решить уравнение $\sin x + \cos x + \sin x \cos x = 2$.
4. Найти все функции f , определённые на множестве действительных чисел и принимающие действительные значения такие, что для любых действительных x , y и z выполняется равенство $f(xyz) = f(x)f(y)f(z) - 6xyz$.
5. Биссектрисы AD и BE треугольника ABC пересекаются в точке I . Оказалось, что площадь треугольника ABI равна площади четырёхугольника $CDIE$. Найти наибольшее возможное значение угла ACB .
6. В одной компании среди любых 11 человек есть два человека, которые знают друг друга. Доказать, что в этой компании найдется группа из десяти человек такая, что каждый из остальных знает кого-нибудь из этой группы.