ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019–2020 уч. г.

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 11 КЛАСС

Каждое задание оценивается максимально в 7 баллов

11.1. Углы α и β таковы, что $\mathrm{tg}\alpha + \mathrm{tg}\beta = 2$, а $\mathrm{ctg}\alpha + \mathrm{ctg}\beta = 5$. Найдите величину $\mathrm{tg}(\alpha + \beta)$.

11.2. Является ли простым число $4^{2019} + 6^{2020} + 3^{4040}$?

11.3. Докажите, что в правильном пятиугольнике отношение любой диагонали к параллельной ей стороне равно $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$.

11.4. Найдите все пары (m, n) такие, что любая пара (x, y), удовлетворяющая уравнению $\frac{x}{y} = m$, удовлетворяет уравнению $(x + y)^2 = n$.

11.5. Квадратный участок размером 14 на 14 клеток необходимо замостить прямоугольной плиткой размером 1 × 4. Плитки можно укладывать только вдоль сетки (не по диагонали), ломать плитки нельзя. Какое наибольшее количество плиток потребуется? Останется ли при этом не замощённый участок?

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019–2020 уч. г.

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 11 КЛАСС

Каждое задание оценивается максимально в 7 баллов

11.1. Углы α и β таковы, что $\mathrm{tg}\alpha + \mathrm{tg}\beta = 2$, а $\mathrm{ctg}\alpha + \mathrm{ctg}\beta = 5$. Найдите величину $\mathrm{tg}(\alpha + \beta)$.

11.2. Является ли простым число $4^{2019} + 6^{2020} + 3^{4040}$?

11.3. Докажите, что в правильном пятиугольнике отношение любой диагонали к параллельной ей стороне равно $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$.

11.4. Найдите все пары (m, n) такие, что любая пара (x, y), удовлетворяющая уравнению $\frac{x}{y} = m$, удовлетворяет уравнению $(x + y)^2 = n$.

11.5. Квадратный участок размером 14 на 14 клеток необходимо замостить прямоугольной плиткой размером 1 × 4. Плитки можно укладывать только вдоль сетки (не по диагонали), ломать плитки нельзя. Какое наибольшее количество плиток потребуется? Останется ли при этом не замощённый участок?