

Дорогие ребята!

Поздравляем Вас с участием в муниципальном этапе Всероссийской олимпиады школьников по математике! Выполняя задания, не спешите, так как ответы не всегда очевидны и требуют применения не только математических знаний, но и общей эрудиции, логики и творческого подхода. Во время олимпиады категорически запрещается пользоваться мобильными телефонами.

На выполнение заданий отводится 4 часа.

Успеха Вам в работе!

1. Последнюю цифру шестизначного числа переставили в начало (например, $456789 \rightarrow 945678$) и полученное шестизначное число прибавили к исходному числу. Какие числа из промежутка $[891870; 891899]$ могли получиться в результате сложения?
2. В трапеции $ABCD$ основание BC равно 5, боковая сторона AB равна 10. Биссектриса угла BAD пересекает сторону CD в точке E , а прямую BC – в точке F , причем $AE \perp CD$, $EF = 4$. Найдите длины отрезков DE и AD , а также площадь трапеции.
3. Однажды два друга вложили деньги в общее дело: каждый вложил свою сумму, а вместе – 1 млн. рублей. За ночь один из них вложил в то же дело дополнительную сумму. Сколько всего денег он вложил в итоге, если его новая доля в общем деле оказалась в 7 раз больше прежней, тогда как доля другого – в 3 раза меньше прежней.
4. На доске вначале написаны два целых числа. Если на доске написаны числа a и b , то разрешается дописать число $a^3 - 2010b$. Может ли оказаться так, что в некоторый момент на доске появятся все целые числа от 2010 до 2020?
5. В четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ площади всех боковых граней равны. Плоскость α пересекает ребра SA , SB , SC , SD в точках A_1 , B_1 , C_1 , D_1 так, что у пирамиды $S A_1 B_1 C_1 D_1$ площади двух соседних боковых граней равны. Докажите, что площади двух других боковых граней этой пирамиды тоже равны.