

11 класс (время решения – 4 часа)

1. Однажды Карлсон и Винни Пух соревновались в скорости поедания меда и варенья. Карлсон – большой специалист по варенью съедает банку варенья за 2 минуты, в то время как Винни Пух справляется с такой же банкой за целых 7 минут. Зато Винни Пух расправляется с горшочком меда за 3 минуты, а Карлсону на это требуется 5 минут. Всего у них было 10 банок варенья и 10 горшочков меда. За сколько минут они всё съели, если известно, что они начали и закончили есть одновременно? (Каждый съедает горшочек меда или банку варенья целиком).
2. На прямых, содержащих диагонали AC и BD выпуклого четырехугольника ABCD, взяты соответственно точки K и M такие, что прямая BK параллельна прямой AD, а прямая AM параллельна прямой BC. Доказать, что прямая KM параллельна прямой CD.
3. Веса четырёх гирь образуют возрастающую геометрическую прогрессию, состоящую из положительных чисел. Как при помощи не более чем двух взвешиваний определить самую тяжёлую гирю?
4. Можно ли многочлен $x^{2019}y^{2019} + x^{2018}y^{2018} + \dots + x^2y^2 + xy + 1$ представить в виде произведения двух многочленов $f(x)$ и $g(y)$?
5. На координатной плоскости по точкам с целыми координатами прыгает кузнечик. Длины его прыжков составляют последовательность натуральных чисел: 1, 2, 3, ... Может ли кузнечик вернуться в ту же точку, из которой начинал, сделав ровно 2222 прыжка?

11 класс (время решения – 4 часа)

1. Однажды Карлсон и Винни Пух соревновались в скорости поедания меда и варенья. Карлсон – большой специалист по варенью съедает банку варенья за 2 минуты, в то время как Винни Пух справляется с такой же банкой за целых 7 минут. Зато Винни Пух расправляется с горшочком меда за 3 минуты, а Карлсону на это требуется 5 минут. Всего у них было 10 банок варенья и 10 горшочков меда. За сколько минут они всё съели, если известно, что они начали и закончили есть одновременно? (Каждый съедает горшочек меда или банку варенья целиком).
2. На прямых, содержащих диагонали AC и BD выпуклого четырехугольника ABCD, взяты соответственно точки K и M такие, что прямая BK параллельна прямой AD, а прямая AM параллельна прямой BC. Доказать, что прямая KM параллельна прямой CD.
3. Веса четырёх гирь образуют возрастающую геометрическую прогрессию, состоящую из положительных чисел. Как при помощи не более чем двух взвешиваний определить самую тяжёлую гирю?
4. Можно ли многочлен $x^{2019}y^{2019} + x^{2018}y^{2018} + \dots + x^2y^2 + xy + 1$ представить в виде произведения двух многочленов $f(x)$ и $g(y)$?
5. На координатной плоскости по точкам с целыми координатами прыгает кузнечик. Длины его прыжков составляют последовательность натуральных чисел: 1, 2, 3, ... Может ли кузнечик вернуться в ту же точку, из которой начинал, сделав ровно 2222 прыжка?