

Всероссийская олимпиада школьников по математике.

II этап

8 класс

14.11.2019

Работа рассчитана на 235 минут

1. На доске написано несколько различных целых чисел таких, что произведение трёх наименьших из них равно 8, а произведение трёх наибольших из них равно 27. Может ли оказаться, что на доске написано ровно пять чисел?
2. Петя в 16 клетках квадрата 5×5 записал единицы, а в оставшихся девяти - нули. Петя нашёл все возможные суммы в четырёх клетках, образующих квадрат 2×2 . Оказалось, что сумма шестнадцати чисел, найденных Петей, равна 28. В каких клетках записаны единицы? Нужно указать все варианты.
3. Действительные числа a и b таковы, что $a^5 + b^5 = 3$, $a^{15} + b^{15} = 9$. Найти значение выражения $a^{10} + b^{10}$.
4. В компании из 8 человек каждый знаком ровно с 6 другими. Сколькими способами можно выбрать четырёх человек, любые двое из которых знакомы? (Считаем, что если А знаком с В, то и В знаком с А, а также, что человек не знаком сам с собой, так как понятие знакомства относится к двум разным людям.)
5. На стороне ВС треугольника ABC взяли точку Р так, что $\angle PAB = 45^\circ$. Серединный перпендикуляр к отрезку AP пересекает сторону AC в точке Q. Оказалось, что $PQ \perp BC$. Доказать, что треугольник ABC равнобедренный.
6. Пусть a и b – натуральные числа. Доказать, что хотя бы одно из чисел: a , b , $a+b$ - равняется разности квадратов двух целых чисел.

Всероссийская олимпиада школьников по математике.

II этап

8 класс

14.11.2019

Работа рассчитана на 235 минут

1. На доске написано несколько различных целых чисел таких, что произведение трёх наименьших из них равно 8, а произведение трёх наибольших из них равно 27. Может ли оказаться, что на доске написано ровно пять чисел?
2. Петя в 16 клетках квадрата 5×5 записал единицы, а в оставшихся девяти - нули. Петя нашёл все возможные суммы в четырёх клетках, образующих квадрат 2×2 . Оказалось, что сумма шестнадцати чисел, найденных Петей, равна 28. В каких клетках записаны единицы? Нужно указать все варианты.
3. Действительные числа a и b таковы, что $a^5 + b^5 = 3$, $a^{15} + b^{15} = 9$. Найти значение выражения $a^{10} + b^{10}$.
4. В компании из 8 человек каждый знаком ровно с 6 другими. Сколькими способами можно выбрать четырёх человек, любые двое из которых знакомы? (Считаем, что если А знаком с В, то и В знаком с А, а также, что человек не знаком сам с собой, так как понятие знакомства относится к двум разным людям.)
5. На стороне ВС треугольника ABC взяли точку Р так, что $\angle PAB = 45^\circ$. Серединный перпендикуляр к отрезку AP пересекает сторону AC в точке Q. Оказалось, что $PQ \perp BC$. Доказать, что треугольник ABC равнобедренный.
6. Пусть a и b – натуральные числа. Доказать, что хотя бы одно из чисел: a , b , $a+b$ - равняется разности квадратов двух целых чисел.