

Дорогие ребята!

Поздравляем Вас с участием в муниципальном этапе всероссийской олимпиады школьников по математике! Выполняя задания, не спешите, так как ответы не всегда очевидны и требуют применения не только математических знаний, но и общей эрудиции, логики и творческого подхода. Во время олимпиады категорически запрещается пользоваться мобильными телефонами.

На выполнение заданий отводится 4 часа.

Успеха Вам в работе!

1. Произведение трех натуральных чисел оканчивается на 2002. Докажите, что их сумма не может равняться 9999.
2. Точка D – середина стороны AC треугольника ABC , DE и DF – биссектрисы треугольников ABD и CBD . Отрезки BD и EF пересекаются в точке M . Докажите, что $DM = \frac{1}{2}EF$.
3. В городской олимпиаде по математике участвовали двое близнецов. На вопрос о том, есть ли у них еще братья и какого они возраста, близнецы ответили: «У нас есть брат, его возраст записывается двумя одинаковыми цифрами, а суммарный возраст всех нас троих – двузначное число, у которого вторая цифра вдвое больше первой». Определите возраст братьев.
4. В 8 «А» классе присутствуют учитель и несколько учеников. Сколько учеников в классе, если известно, что возраст учителя на 40 лет больше среднего возраста учеников и на 36 лет больше среднего возраста всех присутствующих в классе?
5. На доске написаны отличные от нуля числа a , b , c , а также числа $a^2 - b$, $b^2 - c$, $c^2 - a$. Какое наибольшее количество отрицательных чисел могло быть записано на доске?