



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
РАЙОННЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
16 НОЯБРЯ 2019 г. I тур 8 класс 1 вариант

---

1. Саша, Андрей и Оля выбрали по натуральному числу. Каждый из них умножил числа, выбранные двумя другими ребятами, на свое число и вычел меньшее произведение из большего. У Саши получилось 1, а у Андрея 49. Сколько могло получиться у Оли? Приведите все возможные варианты и докажите, что других нет.

2. На окружности поставлено 100 красных, 101 синих и 102 зелёных точки, причём никакие две точки одинакового цвета не стоят рядом. Докажите, что найдётся синяя точка, у которой оба соседа зелёные.

3. Клетчатый прямоугольник  $99 \times 100$  (99 строк, 100 столбцов) разбит на полоски  $1 \times 3$  таким образом, что в каждом столбце содержится ровно  $k$  вертикальных полосок. Чему может быть равно  $k$ ?

4. В трапеции  $ABCD$  основание  $BC$  в два раза короче  $AD$ . Внутри трапеции отмечена такая точка  $F$ , что  $AB = FB$ . Докажите, что прямая, соединяющая точку  $C$  с серединой отрезка  $FD$ , перпендикулярна  $FA$ .

5. Существуют ли 10 000 последовательных восьмизначных чисел, которые можно разбить на 97 групп с равными суммами?

---

*Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами следующие данные:*

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;  
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

*А если уже занимаетесь —* ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах [www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp) и <http://anichkov.ru/page/olimp/>



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
РАЙОННЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
16 НОЯБРЯ 2019 г. I тур 8 класс 2 вариант

---

1. Саша, Андрей и Оля выбрали по натуральному числу. Каждый из них умножил числа, выбранные двумя другими ребятами, на свое число и вычел меньшее произведение из большего. У Саши получилось 1, а у Андрея 25. Сколько могло получиться у Оли? Приведите все возможные варианты и докажите, что других нет.

2. На окружности поставлено 200 белых, 201 черных и 202 желтых точки, причём никакие две точки одинакового цвета не стоят рядом. Докажите, что найдётся черная точка, у которой оба соседа желтые.

3. Клетчатый прямоугольник  $100 \times 102$  (100 строк, 102 столбца) разбит на полоски  $1 \times 3$  таким образом, что в каждой строке содержится ровно  $k$  горизонтальных полосок. Чему может быть равно  $k$ ?

4. В выпуклом пятиугольнике  $ABCDE$  отрезки  $BE$  и  $CD$  параллельны,  $BE = 2CD$  и  $AD = DE$ . Докажите, что прямая, соединяющая точку  $C$  с серединой отрезка  $AB$ , перпендикулярна  $EA$ .

5. Существуют ли 10 000 последовательных восьмизначных чисел, которые можно разбить на 99 групп с равными суммами?

---

*Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами следующие данные:*

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;  
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.  
ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

*А если уже занимаетесь —* ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах [www.pdmi.ras.ru/~olymp](http://www.pdmi.ras.ru/~olymp) и <http://anichkov.ru/page/olimp/>