

## 8 класс

(Время выполнения заданий – 4 часа.

Во всех задачах ответ нужно обосновать.)

**8.1.** Докажите, что для любых натуральных чисел  $a$  и  $b$  число  $4a^2 + 4ab + 4a + 2b + 1$  является составным.

**8.2.** Пятеро друзей сыграли друг с другом по несколько партий (не обязательно одинаковое количество) в настольный теннис (ничьих не бывает). После игр первый заметил, что у него побед на 4 больше, чем поражений; второй и третий заметили, что у каждого из них поражений на 5 больше, чем побед. Четвертый заметил, что у него побед столько же, сколько поражений, а пятый, что он с каждым из остальных сыграл поровну партий. Мог ли пятый выиграть во всех партиях?

**8.3.** В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AL$ . На стороне  $AC$  взята точка  $P$  так, что  $LA$  – биссектриса угла  $BLP$ . Докажите, что если  $BL = CP$ , то угол  $ABC$  в два раза больше угла  $BCA$ .

**8.4.** В турнире по шахматам каждый из 10 игроков сыграл с каждым по одной партии, и Петя занял последнее место (набрал меньше очков, чем любой другой участник). Потом двоих игроков дисквалифицировали, и все очки, набранные во встречах с ними, аннулировали, и этих двух игроков исключили из таблицы. Оказалось, что в результате Петя стал победителем турнира (набрал больше очков, чем любой другой участник). Сколько очков в итоге (после дисквалификации игроков) мог набрать Петя? За победу дается 1 очко, за ничью – 0,5 очка, за поражение – 0 очков.

**8.5.** Даны положительные числа  $a, b, c, d$ . Известно, что любые два из них отличаются не более чем в 3 раза. Докажите, что  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 < 2(ab + ac + ad + bc + bd + cd)$ .



## 8 класс

(Время выполнения заданий – 4 часа.

Во всех задачах ответ нужно обосновать.)

**8.1.** Докажите, что для любых натуральных чисел  $a$  и  $b$  число  $4a^2 + 4ab + 4a + 2b + 1$  является составным.

**8.2.** Пятеро друзей сыграли друг с другом по несколько партий (не обязательно одинаковое количество) в настольный теннис (ничьих не бывает). После игр первый заметил, что у него побед на 4 больше, чем поражений; второй и третий заметили, что у каждого из них поражений на 5 больше, чем побед. Четвертый заметил, что у него побед столько же, сколько поражений, а пятый, что он с каждым из остальных сыграл поровну партий. Мог ли пятый выиграть во всех партиях?

**8.3.** В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AL$ . На стороне  $AC$  взята точка  $P$  так, что  $LA$  – биссектриса угла  $BLP$ . Докажите, что если  $BL = CP$ , то угол  $ABC$  в два раза больше угла  $BCA$ .

**8.4.** В турнире по шахматам каждый из 10 игроков сыграл с каждым по одной партии, и Петя занял последнее место (набрал меньше очков, чем любой другой участник). Потом двоих игроков дисквалифицировали, и все очки, набранные во встречах с ними, аннулировали, и этих двух игроков исключили из таблицы. Оказалось, что в результате Петя стал победителем турнира (набрал больше очков, чем любой другой участник). Сколько очков в итоге (после дисквалификации игроков) мог набрать Петя? За победу дается 1 очко, за ничью – 0,5 очка, за поражение – 0 очков.

**8.5.** Даны положительные числа  $a, b, c, d$ . Известно, что любые два из них отличаются не более чем в 3 раза. Докажите, что  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 < 2(ab + ac + ad + bc + bd + cd)$ .



8 класс

(Время выполнения заданий – 4 часа.

Во всех задачах ответ нужно обосновать.)

8.1. Докажите, что для любых натуральных чисел  $a$  и  $b$  число  $4a^2 + 4ab + 4a + 2b + 1$  является составным.

8.2. Пятеро друзей сыграли друг с другом по несколько партий (не обязательно одинаковое количество) в настольный теннис (ничьих не бывает). После игр первый заметил, что у него побед на 4 больше, чем поражений; второй и третий заметили, что у каждого из них поражений на 5 больше, чем побед. Четвертый заметил, что у него побед столько же, сколько поражений, а пятый, что он с каждым из остальных сыграл поровну партий. Мог ли пятый выиграть во всех партиях?

8.3. В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AL$ . На стороне  $AC$  взята точка  $P$  так, что  $LA$  – биссектриса угла  $BLP$ . Докажите, что если  $BL = CP$ , то угол  $ABC$  в два раза больше угла  $BCA$ .

8.4. В турнире по шахматам каждый из 10 игроков сыграл с каждым по одной партии, и Петя занял последнее место (набрал меньше очков, чем любой другой участник). Потом двоих игроков дисквалифицировали, и все очки, набранные во встречах с ними, аннулировали, и этих двух игроков исключили из таблицы. Оказалось, что в результате Петя стал победителем турнира (набрал больше очков, чем любой другой участник). Сколько очков в итоге (после дисквалификации игроков) мог набрать Петя? За победу дается 1 очко, за ничью – 0,5 очка, за поражение – 0 очков.

8.5. Даны положительные числа  $a, b, c, d$ . Известно, что любые два из них отличаются не более чем в 3 раза. Докажите, что  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 < 2(ab + ac + ad + bc + bd + cd)$ .



8 класс

(Время выполнения заданий – 4 часа.

Во всех задачах ответ нужно обосновать.)

8.1. Докажите, что для любых натуральных чисел  $a$  и  $b$  число  $4a^2 + 4ab + 4a + 2b + 1$  является составным.

8.2. Пятеро друзей сыграли друг с другом по несколько партий (не обязательно одинаковое количество) в настольный теннис (ничьих не бывает). После игр первый заметил, что у него побед на 4 больше, чем поражений; второй и третий заметили, что у каждого из них поражений на 5 больше, чем побед. Четвертый заметил, что у него побед столько же, сколько поражений, а пятый, что он с каждым из остальных сыграл поровну партий. Мог ли пятый выиграть во всех партиях?

8.3. В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AL$ . На стороне  $AC$  взята точка  $P$  так, что  $LA$  – биссектриса угла  $BLP$ . Докажите, что если  $BL = CP$ , то угол  $ABC$  в два раза больше угла  $BCA$ .

8.4. В турнире по шахматам каждый из 10 игроков сыграл с каждым по одной партии, и Петя занял последнее место (набрал меньше очков, чем любой другой участник). Потом двоих игроков дисквалифицировали, и все очки, набранные во встречах с ними, аннулировали, и этих двух игроков исключили из таблицы. Оказалось, что в результате Петя стал победителем турнира (набрал больше очков, чем любой другой участник). Сколько очков в итоге (после дисквалификации игроков) мог набрать Петя? За победу дается 1 очко, за ничью – 0,5 очка, за поражение – 0 очков.

8.5. Даны положительные числа  $a, b, c, d$ . Известно, что любые два из них отличаются не более чем в 3 раза. Докажите, что  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 < 2(ab + ac + ad + bc + bd + cd)$ .