

Задания 9 класс

1. За круглым столом сидят 10 человек, некоторые из них – рыцари, а остальные – лжецы (рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут). Известно, что среди них есть хотя бы один рыцарь и хотя бы один лжец. Какое наибольшее число из сидящих за столом может сказать: «Оба моих соседа – рыцари»? (Ложным считается утверждение, которое хотя бы частично не является верным.)

2. Пусть a и b – произвольные различные числа. Докажите, что уравнение $(x + a)(x + b) = 2x + a + b$ имеет два различных корня.

3. Пусть AL – биссектриса остроугольного треугольника ABC , а ω – описанная около него окружность. Обозначим через P точку пересечения продолжения высоты BH треугольника ABC с окружностью ω . Докажите, что если $\angle BLA = \angle BAC$, то $BP = CP$.

4. Существует ли девятизначное число без нулевых цифр, остатки от деления которого на каждую из его цифр (первую, вторую, ..., девятую) различны?

5. Имеется таблица 11×11 , из которой вырезана центральная клетка. Двое играют в следующую игру. Они по очереди ставят в пустые клетки этой таблицы крестики и нолики: первый игрок за ход ставит один крестик, а второй – один нолик. Игра заканчивается, когда все клетки таблицы заполнены. После этого вычисляются два числа: A – количество строк, в которых больше крестиков, чем ноликов, и B – количество столбцов, в которых больше ноликов, чем крестиков. (При этом средняя строка считается одной строкой из 10 клеток, а средний столбец – одним столбцом из 10 клеток.) Первый выигрывает, если $A > B$, иначе выигрывает второй. Кто выигрывает при правильной игре?