

**МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ  
ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
2019/2020 УЧЕБНЫЙ ГОД  
9 КЛАСС**

1. (7 баллов) Вычислите  $\frac{(2009 \cdot 2029 + 100) \cdot (1999 \cdot 2039 + 400)}{2019^4}$ .

2. (7 баллов) Найдите все натуральные решения уравнения  $2n - \frac{1}{n^5} = 3 - \frac{2}{n}$ .

3. (7 баллов) Путешественник ехал в автобусе и увидел, что на километровом столбе написано двузначное число. Он уснул, а через час проснулся и увидел, что на километровом столбе написано трёхзначное число, первая цифра которого такая же, как вторая цифра час тому назад, вторая цифра – ноль, а третья – такая же, как первая цифра час тому назад. Ещё через 2 часа он выглянул в окно и увидел километровый столб, на котором было число такое же, как 2 часа назад, только цифра ноль заменилась иной цифрой. Найдите скорость автобуса (считаем, что он двигался с постоянной скоростью).

4. (7 баллов) Назовём шахматную доску  $8 \times 8$ , где между некоторыми клетками вставлены перегородки, лабиринтом. Лабиринт считается «хорошим», если ладья может обойти все поля доски, не прыгая через перегородки, иначе лабиринт считается «плохим». Каких лабиринтов больше: «хороших» или «плохих»?

5. (7 баллов) В остроугольном треугольнике  $ABC$  высота  $АН$ , наибольшая из высот, равна медиане  $ВМ$ . Докажите, что угол  $\angle ABC$  меньше  $60^\circ$ .

*Максимальное количество баллов – 35.*