

Всероссийская олимпиада школьников по математике.

II этап

9 класс

14.11.2019

Работа рассчитана на 235 минут

1. Иван и Петр бегут в одном направлении по круговым дорожкам с общим центром, причем вначале они находятся на минимальном расстоянии друг от друга. Иван делает один полный круг каждые 20 секунд, а Пётр делает один полный круг каждые 28 секунд. Через какое наименьшее время они будут находиться на максимальном расстоянии друг от друга?
2. Числа a и b не меньше 3. Доказать, что верно неравенство $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$. При каких значениях a и b достигается равенство?
3. Найти все функции f , определённые на множестве действительных чисел и принимающие действительные значения такие, что для любых действительных x и y выполняется равенство $f(xy) = f(x)f(y) + 2xy$.
4. Рациональные числа a , b и c таковы, что $(a+b+c)(a+b-c) = 2c^2$. Доказать, что $c=0$.
5. Биссектрисы AD и BE треугольника ABC пересекаются в точке I . Оказалось, что $CA \cdot CB = AB^2$. Доказать, что площадь треугольника ABI равна площади четырёхугольника $CDIE$.
6. В одной компании среди любых 9 человек есть два человека, которые знают друг друга. Доказать, что в этой компании найдется группа из восьми человек такая, что каждый из остальных знает кого-нибудь из этой группы.

Всероссийская олимпиада школьников по математике.

II этап

9 класс

14.11.2019

Работа рассчитана на 235 минут

1. Иван и Петр бегут в одном направлении по круговым дорожкам с общим центром, причем вначале они находятся на минимальном расстоянии друг от друга. Иван делает один полный круг каждые 20 секунд, а Пётр делает один полный круг каждые 28 секунд. Через какое наименьшее время они будут находиться на максимальном расстоянии друг от друга?
2. Числа a и b не меньше 3. Доказать, что верно неравенство $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$. При каких значениях a и b достигается равенство?
3. Найти все функции f , определённые на множестве действительных чисел и принимающие действительные значения такие, что для любых действительных x и y выполняется равенство $f(xy) = f(x)f(y) + 2xy$.
4. Рациональные числа a , b и c таковы, что $(a+b+c)(a+b-c) = 2c^2$. Доказать, что $c=0$.
5. Биссектрисы AD и BE треугольника ABC пересекаются в точке I . Оказалось, что $CA \cdot CB = AB^2$. Доказать, что площадь треугольника ABI равна площади четырёхугольника $CDIE$.
6. В одной компании среди любых 9 человек есть два человека, которые знают друг друга. Доказать, что в этой компании найдется группа из восьми человек такая, что каждый из остальных знает кого-нибудь из этой группы.