

# Условия и решения задач

(районная математическая олимпиада 2019 г.)

## 9 класс

1. Семь грибников собрали вместе 100 грибов, причем все семь собрали разное число грибов. Докажите, что есть трое грибников, которые вместе собрали не менее 50 грибов.

2. Через точку пересечения медиан треугольника проведена прямая, параллельная основанию. Найдите отношение площади образовавшегося треугольника к площади оставшейся части треугольника.

3. Известно, что три числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  связаны соотношением:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}.$$

Докажите, что тогда какие-либо два из них равны по абсолютной величине и противоположны по знаку.

4. В квадрате, сторона которого равна 1, отмечена 51 точка. Докажите, что некоторые из них лежат внутри круга радиуса  $\frac{1}{7}$ .

5. Решите уравнение

$$(x^3 - 7x^2 - 5x + 75)^2 + (x^3 - 8x^2 - 5x + 84)^2 = 0.$$