

**II (муниципальный) тур всероссийской олимпиады школьников
по математике в 2019-2020 учебном году**

Задачи для 9 класса

9.1. Решить уравнение:

$$(x^2 - 20)^2 + (x^2 - 19)^2 = 2019.$$

9.2. Трудновоспитуемые девятиклассники Вова и Дима порвали школьную стенгазету с критикой их поведения, прилежания и культуры речи. Причем, каждый попавший в его руки кусок газеты Вова рвал на 7 кусков, а Дима только на 4 (его критиковали меньше). Потом школьная уборщица собрала 2019 мелких обрывков газеты. Доказать, что она нашла не все обрывки.

9.3. Известно, что $ad > bc$, а также $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$. Доказать, что тогда

$$\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+d} > \frac{c}{d}.$$

9.4. Из точки A провели касательные к окружности с центром в точке O : B и C – точки касания. Точка M – середина отрезка AO . Доказать, что окружность, описанная около треугольника AMB , касается прямой AC .

9.5. В парламент островного государства Променад-и-Торнадо были избраны 2019 коренных жителей острова, которые делятся на рыцарей и лжецов: рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. На первом заседании 2016 из них сели в депутатские кресла, расположенные в зале в виде прямоугольника 42×48 , трое – в кресла председателя и его заместителей в президиуме. Во время заседания каждый заявил, что среди его соседей по креслу есть и рыцари, и лжецы (соседи – те, кто сидят слева, справа, спереди, сзади и по диагоналям: их может быть от 3 до 8 в зале и 1 или 2 в президиуме). Определить минимальное число лжецов на заседании.