



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
16 НОЯБРЯ 2019 г. I тур 9 класс 1 вариант

1. Уравнение $x^2 + ax + b = 0$ имеет два корня. Числа, обратные к его корням, являются корнями уравнения $x^2 + (6a + 1)x + (6b + 1) = 0$. Найдите a и b .

2. В лагерь должны были приехать школьники. Вожатые вычислили, что их можно расселить во все имеющиеся комнаты ровно по 4 человека в комнату. Но в лагерь приехало на 70 школьников больше, чем ожидалось, и вожатые стали селить по 5 человек в комнату. Когда ровно в треть всех комнат поселили по 5 человек, вожатые поняли, что комнат не хватит и в оставшиеся комнаты они стали заселять по 6 человек. В результате все школьники поместились (последняя занятая комната могла оказаться заполненной не до конца), и ровно одна комната оказалась совсем пустой. Сколько школьников приехало в лагерь?

3. На стороне AB треугольника ABC с углом C , равным 108° , выбраны точки P и Q (P между A и Q) таким образом, что периметр треугольника CPQ равен длине стороны AB . Оказалось, что центр описанной окружности остроугольного треугольника ACQ лежит на описанной окружности треугольника PCQ . Найдите $\angle PCQ$.

4. Антон положил на клетчатую доску 46×101 несколько бу-
мажных крестиков, изображенных на рисунке (каждый крестик
покрывает ровно 5 клеток доски). Оказалось, что для каждой клетки
доски сумма попавших на неё чисел не превосходит 2. Какое наибольшее
количество крестиков мог положить Антон?



5. Дано натуральное число $n > 100$. Число

$$(0 + 1 + 2 + \dots + n^2)^{n^2}$$

представляет собой произведение n^2 одинаковых сомножителей, каждый из которых равен $0 + 1 + 2 + \dots + n^2$. Докажите что можно в каждом сомножителе вычеркнуть одно слагаемое так, чтобы результат делился на произведение всех натуральных чисел от 1 до $n^2 + n$.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и <http://anichkov.ru/page/olimp/>



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
16 НОЯБРЯ 2019 г. I тур 9 класс 2 вариант

1. Уравнение $x^2 + cx + d = 0$ имеет два корня. Числа, обратные к его корням, являются корнями уравнения $x^2 + (8c + 2)x + (8d + 2) = 0$. Найдите c и d .

2. В ресторане был запланирован банкет. Организаторы вычислили, что всех гостей можно рассадить за все имеющиеся в ресторане столы ровно по 5 человек за стол. Но на банкет пришло на 80 человек больше, чем ожидалось, и организаторы стали сажать по 6 человек за стол. Когда ровно за четверть всех столов посадили по 6 человек, организаторы поняли, что столов не хватит, и за оставшиеся столы они стали сажать по 7 человек. В результате все поместились (за последним занятым столом могло оказаться меньше 7 человек), причем ровно один стол оказался совсем пустым. Сколько гостей пришло на банкет?

3. В треугольнике ABC угол C равен 46° . На продолжении стороны AB за точку A выбрана точка X , а на продолжении AB за точку B — точка Y так, что длина отрезка XY равна периметру треугольника ABC . Оказалось, что центр описанной окружности остроугольного треугольника ACY лежит на описанной окружности треугольника ABC . Найдите $\angle XCY$.

4. Дима положил на клетчатую доску 90×35 несколько бу-
мажных крестиков, изображенных на рисунке (каждый крестик
покрывает ровно 5 клеток доски). Оказалось, что для каждой клетки
доски сумма попавших на неё чисел не превосходит 2. Какое наибольшее
количество крестиков мог положить Дима?



5. Дано натуральное число $m > 100$. Число

$$\left(0 + 1 + 2 + \dots + m^2 + (m^2 + 1)\right)^{m^2 + 1},$$

представляет собой произведение $m^2 + 1$ одинаковых сомножителей, каждый из которых равен $0 + 1 + 2 + \dots + m^2 + (m^2 + 1)$. Докажите что можно вычеркнуть в каждом сомножителе одно слагаемое так, чтобы результат стал делиться на произведение всех натуральных чисел от 1 до $m^2 + m + 1$.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите следующие данные:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;
ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.
Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и <http://anichkov.ru/page/olimp/>