

## Решения задач 10 класс

1. Ответ: 3. Заметим, что тройка 1, 1, 2 удовлетворяет условию. Пусть чисел больше 3. Рассмотрим любые 4 из них  $a, b, c, d$ . Среди этих четырех чисел не может быть двух четных, иначе их сумма – простое четное, большее двух. Значит по крайней мере 3 из них нечетные. Их попарные суммы – четные простые. Тогда все три рассматриваемые числа равны 1, что нарушает условие.

Рекомендации по оценке:

только ответ – 0 баллов

приведен пример для трех чисел – 2 балла.

2. Ответ: 2.5. Из условия следует, что  $b \cdot c = 1$ . Выразим  $c$ , подставим в уравнения и найдем дискриминанты, которые должны быть положительны.

$36b^2 - \frac{4}{b} > 0, \frac{36}{b^2} - 4b > 0$ , откуда  $b > \frac{1}{\sqrt[3]{9}}, b < \sqrt[3]{9}$ , и те же самые ограничения будут выполняться и для  $c$ . Одно из этих чисел является целым, а, значит, равно 1 или 2. Но если оно равно 1, то оба числа равны 1, что противоречит условию. То есть одно из этих чисел равно 2, а другое 0.5.

3. Ответ:  $5^{2017} - 20$ . Из условия следует, что в произведении  $(n+1) \cdot \dots \cdot (n+20)$  в разложении на простые множители степень множителя 5 равна 2020. Среди 20 последовательных чисел ровно 4 кратных 5, из них только одно может быть кратно 25 или большим степеням 5. То есть оно должно быть равно как минимум  $5^{2017}$ . Наименьшее  $n$ , при котором такое возможно  $5^{2017} - 20$ .

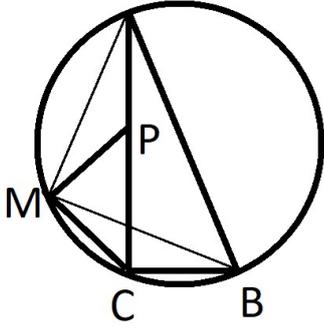
4. Ответ: нет, нельзя. Так как количество сторон многоугольника нечетно, найдется треугольник, в который входит ровно одна сторона исходного многоугольника, а две другие – равные диагонали (такие диагонали, проведенные из одной вершины, существуют, т.к. число вершин многоугольника 2021 – нечетно). Убрав этот треугольник, получим два 1011-угольника, в каждом из которых одна из сторон является диагональю исходного, то есть больше всех остальных сторон.

Указанная сторона не может быть боковой для равнобедренного треугольника, значит она также является основанием некоторого равнобедренного треугольника, боковые стороны которого – две равные диагонали (такие диагонали из одной вершины существуют, т.к. число вершин многоугольника 1011 – нечетно). Убрав этот треугольник в каждом 1011-угольнике, мы получим четыре 506-угольника, в каждом из которых одна сторона является диагональю исходного многоугольника, большей всех остальных сторон.

Эта сторона также должна быть основанием некоторого равнобедренного треугольника с боковыми сторонами – диагоналями 506-угольника. Однако 506

– четное число, поэтому в нем не существует двух равных диагоналей, проведенных из одной вершины к указанной стороне 506-угольника.

5. Ответ: 90 градусов

	<p>Рассмотрим треугольники <math>APM</math> и <math>BPM</math>. В них <math>BC=AP</math> по условию, <math>AM=BM</math> – хорды, опирающиеся на равные дуги, углы <math>MBC</math> и <math>MAC</math> равны, т.к. опираются на одну дугу. Следовательно, треугольники равны.</p>
---	--

Значит, равны углы  $BMC$  и  $AMP$ . Т.к. угол  $AMB$  равен 90 градусов, то и угол  $PMC=AMB-AMP+BMC=90$ .

Рекомендации по оценке: только ответ – 0 баллов.