Материалы для проведения муниципального этапа Российской олимпиады школьников по математике
в республике Башкортостан
1 декабря 2020 года

Составитель заданий: Р. Г. Женодаров

Рецензенты: к.ф.-м.н. Н. Ф. Валеев, к.ф.-м.н. К. П. Исаев,
к.ф.-м.н. В. И. Луценко

Общие указания по проверке решений олимпиадных заданий по математике.

Для повышения качества проверки обязательным является требование двух независимых проверок каждого решения.

Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных Участником.

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	План решения верный и может стать полностью правильным после исправлений или дополнений
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.

Следует иметь в виду, что:

а) любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценить степень ее правильности и полноты;

б) олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении;

в) баллы не выставляются «за старание Участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи;

г) победителями олимпиады в одной параллели могут стать несколько участников, набравшие наибольшее количество баллов, поэтому не следует в обязательном порядке «разводить по местам» лучших участников олимпиады.

При оценке решения задачи в первую очередь нужно исходить из общих критериев, но учитывать конкретные критерии по задачам.

Задачи, наброски решений, критерии по отдельным задачам.

<u>5 класс</u>

1. На восьми карточках записаны цифры 1, 2, 5, 7, 9, 0 и знаки “+” и “=”. Можно ли составить какой-нибудь верный пример на сложение, используя все указанные карточки?

Ответ: можно.

Пример: 95+7=102.

Критерии. Любое объяснение, что нельзя: 0 баллов.

Ответ «можно» без примера: 0 баллов.

2. В девяти клетках квадрата 3 × 3 стоят числа от 1 до 9. Арсений вычислил сумму чисел на одной диагонали, у него получилось 6. Алиса вычислила сумму чисел на другой диагонали, у нее получилось 20. Какое число стоит в центре квадрата?

Ответ: 3.

Набросок решения. Сумму 6 можно получить единственным способом: 1+2+3=6. Если в центре стоит 1, то на другой диагонали сумма двух чисел в угловых клетках должна быть равна 19, но самая большая сумма двух оставшихся чисел 9+8=17. Аналогично покажем, что в центре не может быть 2. Значит, в центре стоит 3.

Критерии. Только ответ: 0 баллов.

3. 9 рыцарей и лжецов встали в ряд. Каждый сказал, что рядом с ним стоит ровно один лжец. Сколько всего лжецов среди них, если рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда врут?

Ответ: 3 лжеца.

Набросок решения. Рассмотрим разбиение всех на группы стоящих подряд людей одного вида, причём в соседних группах - люди разных видов. В такой группе может быть только один лжец. Если их не менее двух, то крайние лжецы говорят правду. Рыцарей в группе не более двух. Если их не менее трёх, то средние рыцари лгут. Группа из двух рыцарей не может стоять с краю, иначе крайний рыцарь лжёт. Группа из одного рыцаря может стоять только с краю, иначе вокруг рыцаря - два лжеца, и он лжет.

На основе этих утверждений получаем, что возможны две расстановки: ЛРРЛРРЛРР и РЛРРЛРРЛР. Первая невозможна, так как с краю группа из двух рыцарей.

Критерии: Ответ без обоснования:1 балл.

4. Сможет ли Катя написать на доске десятизначное число, у которого все цифры различны и все разности между двумя соседними цифрами различны (при нахождении разности из большего вычитается меньшее)?

Ответ: сможет.

Пример: 9081726354.

Критерии. За любой правильный пример: 7 баллов.

5. В клетки доски 6×6 записаны числа 0 и 1 (см. рисунок справа). Можно ли разрезать доску на прямоугольники 1×2 так, чтобы в каждом прямоугольнике сумма записанных в её клетках чисел была равна 1?

0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1
0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	1

Ответ: Нельзя.

Набросок решения. Прямоугольник 1×2 будем называть доминошкой. Предположим, что так разрезать можно. Рассмотрим клетку d3. Она может войти только в одну доминошку: d3, d2. Рассмотрим клетку e2. Она может войти только в доминошку e2, f2. Рассмотрим клетку f1. Нет доминошки с нужным свойством, её содержащим. И наше предположение неверно.

0	1	0	1	0	0	6
1	0	1	0	1	1	5
0	0	0	1	0	0	4
0	1	1	1	1	1	3
1	0	1	0	1	0	2
0	0	1	0	1	1	1
a	b	c	d	e	f	

Критерии. Рассуждение: «Так как сумма всех чисел равна 18, должно быть 18 доминошек, то можно»: 0 баллов.

6. Имеется бумажный прямоугольник 3×100, разбитый на 300 клеток 1×1. Какое наибольшее число пар из одного уголка и одного квадратика 2×2 из него можно выстричь по линиям сетки? (Уголок получается из квадрата 2×2 удалением одной из угловых клеток).

Ответ: 33.

Набросок решения. Квадратик в среднем ряду занимает две клетки, а уголок - минимум одну, значит, пара занимает минимум три клетки в среднем ряду. Если пар не менее 34, то они занимают в среднем ряду не менее 34×3=102 клеток, а их там только 100.

Пример: выстригаем 33 квадрата 3×3. Из каждого квадрата 3×3 выстригаем квадрат 2×2 и уголок.
Критерии. Только ответ: 0 баллов.