

Условия и решения задач

(районная математическая олимпиада 2020 г.)

7 класс

1. На доске записано десять раз число 1,11 и одиннадцать раз число 1,01. Можно ли стереть одно или несколько чисел так, чтобы сумма оставшихся чисел была равна 20,19?

Решение. Сумма всех записанных чисел равна $10 \cdot 1,11 + 11 \cdot 1,01 = 22,21$. Это на 2,02 больше требуемой суммы. То есть достаточно вычеркнуть два числа 1,01. Можно также непосредственной проверкой убедиться, что сумма чисел, оставшихся после вычеркивания, равна 20,19.

Ответ: Да, можно. Стереть надо числа 1,01 и 1,01.

2. Страницы книги пронумерованы подряд с первой до последней. Хулиган Вася вырвал из разных мест книги 25 листов и сложил номера всех пятидесяти вырванных страниц. У него получилось число 2020. Когда об этом узнал отличник Коля, то он заявил, что при счете Вася ошибся. Объясните, почему Коля прав.

Решение. На каждом из вырванных листов — две страницы. Номер одной из страниц — четное число, а другой — нечетное. Тогда в сумме всех номеров вырванных страниц будет 25 четных и 25 нечетных слагаемых. Поэтому сумма будет нечетной, а значит, она не может быть равна 2020.

3. По результатам футбольного турнира стало известно, что в каждом матче одна из команд забила либо вдвое больше, либо вдвое меньше голов, чем её соперник. Может ли сумма всех забитых голов быть равна 2020?

Решение: Число голов, забитых в каждом матче, делится на 3. Значит, и сумма всех забитых голов должна делиться на 3, но 2020 на 3 не делится.

Ответ: нет.

4. В коробке лежат шарики семи цветов. Одна десятая часть шариков — красного цвета, одна восьмая — оранжевого, одна третья — жёлтого. Зеленых шариков на 9 больше, чем красных, а голубых на 10 больше, чем оранжевых. Синих шариков в коробке 8. Остальные шарики фиолетового цвета. Каково наименьшее возможное число фиолетовых шариков?

Решение. Обозначим число всех шариков x , число фиолетовых шариков y . Тогда

$$\frac{x}{10} + \frac{x}{8} + \frac{x}{3} + \frac{x}{10} + 9 + \frac{x}{8} + 10 + 8 + y = x,$$

Откуда $47x/60 + 27 + y = x$, то есть $y = 13x/60 - 27$, и наименьшее значение y достигается при наименьшем значении x . Поскольку y — целое число, x кратен 60. По условию x должен быть кратен 8, поэтому x делится на 120. При $x = 120$, $y = -1$, что невозможно. При $x = 240$, $y = 25$ и это наименьшее возможное число фиолетовых шариков.

Ответ. 25 шариков.

5. Даша решила сшить платьев для 8 кукол. В магазине она выбрала кусок ткани длиной 140 см и шириной 75 см. На каждое платье требуется цельная заготовка длиной не менее 45 см и шириной не менее 26 см. Хватит ли Даше купленного на всё 8 платьев?

Решение. Разрежем ткань из магазина на два куска размерами 140 x 30 и 140 x 45. Из первого куска можно вырезать 3 заготовки размером 46 x 26, а из второго — 5 заготовок размером 45 x 26.

Ответ: Да, хватит.