

**Муниципальная олимпиада школьников
по математике для 7-11 класса
2020-2021 гг.**

Уважаемые ребята!

На выполнение работы отводится 4 часа (240 минут).

Вам предстоит выполнить 5 заданий. Максимальное количество баллов, которое можно набрать - 35. Если задание выполнено не полностью, то количество набранных баллов уменьшается.

Желаем успеха!

7 класс

Задача 7.1 (7 баллов)

Найдите такие натуральные числа, что их произведение равно 2020 и их сумма равна 2020.

Решение:

Раскладываем 2020 на множители и дополняем единицами, чтобы сумма равнялась 2020.

Критерии	баллы
Приведено любой верный пример	7
Арифметическая ошибка при верной идее	4
Неверное решение	0

Ответ: 1010, 2 и 1008

Задача 7.2 (7 баллов)

В ящике 22 кг брусники. Как с помощью одной двухкилограммовой гири и чашечных весов за два взвешивания отмерить 17 кг брусники.

Решение:

На одну чашу положить гирю и уравновесить весы с помощью всей брусники $12=10+2$, затем 10 кг делим на равные части по 5 кг. И получаем $12+5=17$ кг.

Критерии	баллы
Верный алгоритм действий	7
Неверное решение	0

Ответ: 17 кг.

Задача 7.3 (7 баллов)

Из словаря выпал кусок, первая страница которого имеет номер 213, а номер последней записывается теми же цифрами в каком-то другом порядке. Сколько страниц в выпавшем куске?

Решение:

Номер последней страницы 312 (он должен быть чётным). Тогда страниц $312-212=100$.

Критерии	баллы
Верное решение	7
Посчитано $312-213+1=100$, без объяснения, зачем прибавляется 1	6
Получен ответ 99	4
Отмечена разная чётность первой и последней страниц, без дальнейшего продвижения	2
Неверно определён номер последней страницы	0

Ответ: 100 страниц (50 листов)

Задача 7.4 (7 баллов)

Найдите все трехзначные числа, которые уменьшаются в 6 раз после зачеркивания первой цифры.

Решение:

Пусть \overline{abc} — искомое число. По условию $100a + 10b + c = 6(10b + c)$, откуда $100a = 50b + 5c$, или $20a = 10b + c$. $c = 10(2a - b)$. Так c — однозначное число, то $c = 0$. Значит $b = 2a$. Откуда получаем числа 120, 240, 360, 480. Других чисел нет, потому что $b < 10$.

Критерии	баллы
Полное решение	7
Найдены все числа, без доказательства, что других чисел нет	4
Найдено несколько чисел	2
Неверно определён номер последней страницы	0

Ответ: 120, 240, 360, 480.

Задача 7.5 (7 баллов)

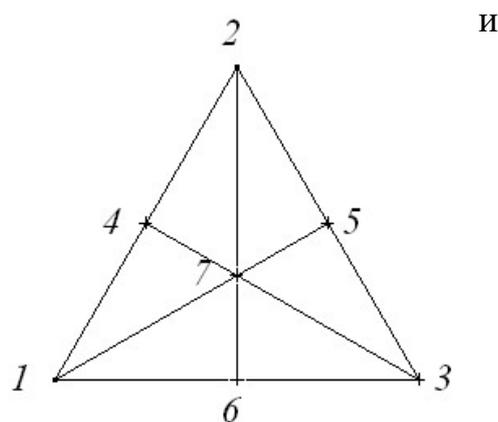
На плоскости проведено 6 прямых и отмечено несколько точек. Оказалось, что на каждой прямой отмечено ровно по 3 точки. Какое наименьшее число точек могло быть отмечено?

Решение:

Вершины треугольника, середины его сторон точка пересечения медиан — 7 точек, лежащих тройками на 6 прямых (3 стороны и 3 медианы).

P.S. не обязательно именно медианы.

Доказательство оценки: Если у нас есть точка, через которую проходят хотя бы 4 прямые, то у нас будет не менее $1 + 4 \cdot 2 = 9$ отмеченных точек (на этих 4 прямых ещё по 2 другие отмеченные точки). Если у нас есть точка, через которую проходят ровно 3 прямые, то у нас будет не менее $1 + 3 \cdot 2 = 7$ отмеченных точек. Если же через каждую отмеченную точку проходят максимум две прямые, то отмеченных точек будет не меньше $6 \cdot 3 / 2 = 9$ (6 прямых по 3 точки, каждая считается не более двух раз). Значит, у нас будет не менее 7 отмеченных точек.



Критерии	баллы
Полное решение	7
Доказательство оценки без примера	4
Пример без оценки	3
Неверный ответ	0

Ответ: 7 точек