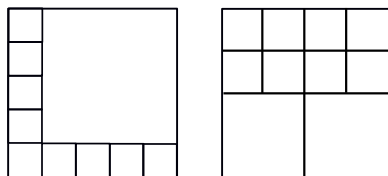


Ленинградская область
Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2020-2021 уч.год
7 класс
Решения и ответы

1. Можно ли разрезать квадрат на десять квадратов? Приведите пример или докажите, что способа разрезать не существует.

Решение. Достаточно привести рисунок. Показано два способа решения.



2. Найдите и опишите закономерность, по которой составлен ряд чисел. Определите следующее число этого ряда.

112, 224, 448, 8816, 6612

Решение. Замечаем закономерность: каждое число начинается с двух одинаковых цифр, первые две цифры числа складываются и полученная сумма записывается за ними. Следующее число начинается с двух одинаковых цифр, совпадающих с последней цифрой предыдущего числа. По этому правилу, следующим числом будет 224.

Ответ. 224.

3. В магазине торговали яблоками. Во второй день продали четверть от количества яблок, проданных в первый день, и еще восемь килограмм. В третий день продали четверть от количества яблок, проданных во второй день, и еще восемь килограмм. Сколько килограммов яблок продали в первый день, если в третий день продали 18 килограммов?

Решение. Будем рассуждать с конца. В третий день продали 18 кг яблок, если отнять 8 килограммов, то оставшиеся 10 составят четверть от количества, проданного во второй день. Поэтому во второй день продали 40 килограммов яблок. Из них 32 килограмма составляют четверть количества, проданного в первый день. Поэтому в первый день продали 128 килограммов яблок.

Ответ. 128 килограммов.

4. На столе лежит три кучки конфет, в первой 10 штук, во второй – 20 штук, в третьей – 30 штук. Маша и Рита играют в игру – по очереди делят одну любую кучку, лежащую на столе, на две части. Игра заканчивается, когда кто-то из девочек не может сделать ход и тем самым проигрывает. Первая ходит Маша. Кто выиграет в этой игре?

Решение. Разделить можно любую кучку, в том числе состоящую из двух конфет. Поэтому игра закончится, когда все конфеты будут разделены на кучки из одной конфеты. Предыдущие ходы не влияют на очередной ход – пока кучки не кончились, можно отделить одну конфету от других. Чтобы разделить 60 конфет, первоначально находящихся в одной большой кучке, на 60 кучек, нужно сделать 59 ходов. По

условию задачи, два хода уже сделаны, имеются три кучки. Осталось сделать 57 ходов. Поэтому последний, нечетный, ход сделает Маша.

Ответ. Выиграет Маша.

5. Десять футбольных команд в течение двух лет подряд провели два турнира. Каждый год результаты турнира записали в таблицу, в которых указали места команд с первого по десятое. Команда считается стабильной, если найдется хотя бы одна другая команда, стоящая ниже в каждой из двух таблиц. Какое минимальное и максимальное количество стабильных команд может оказаться по результатам двух турниров?
Решение. По результатам двух турниров в таблицах не может оказаться десять стабильных команд, так как ни в одной таблице не найдется команда, стоящая ниже всех десяти команд. Максимальное число стабильных команд – девять, минимальное число стабильных команд – ноль. Приведем примеры расстановки команд в таблицах. Девять стабильных команд получим, если одна и та же команда займет десятое место в каждом из двух турниров. Тогда для каждой из девяти остальных команд условие стабильности будет выполнено.

Ноль стабильных команд получим с помощью таких двух таблиц за два года

Место	Номер команды	Место	Номер команды
1	1	1	10
2	2	2	9
3	3	3	8
...
9	9	9	2
10	10	10	1

Перестановка команд в обратном порядке приводит к тому, что во второй год для любой команды не найдется команды, которая стояла ниже ее в первый год.

Ответ. Минимальное число – 0 стабильных команд, максимальное число – 9 стабильных команд.

6. Напишите все простые числа, которые нельзя представить в виде суммы двух составных чисел.

Решение. Число 2 нельзя представить в виде суммы двух составных чисел (число 1 не является ни простым, ни составным). Далее рассматриваем только нечетные простые числа.

Разность между любым простым числом, большим 13, и числом 13, является четным числом. Пусть эта разность для данного простого числа p равна d , т.е. $p - d = 13$. Число 13 имеет необходимое представление в виде суммы, $13 = 9 + 4$. Прибавив к числу 4 число d , мы получим необходимое представление простого числа p в виде суммы 9 и четного числа $4 + d$.

Перебором вариантов суммирования получаем, что ни одно из чисел 3, 5, 7, 11 не представляется в виде суммы двух составных чисел.

Ответ. 2, 3, 5, 7, 11.