8 класс – 2020

Общие критерии оценивания заданий приведены в таблице:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрение отдельных случаев, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
0-1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

При оценивании заданий следует придерживаться указаний, данных в ***комментариях*** к данной задаче или к данному способу решению задачи.

Нельзя уменьшать количество баллов за то, что решение слишком длинное. Исправления в работе (зачеркивания ранее написанного текста) также не являются основанием для снятия баллов. В то же время любой сколь угодно длинный текст решения, не содержащий полезных продвижений, должен быть оценен в 0 баллов.

8.1. Найдите все такие целые числа z, для которых из пяти утверждений

1) $2z > 130$, 2) $z < 200$, 3) $3z > 50$, 4) $z > 205$, 5) $z > 15$

два истинные, а три – ложные.

Ответ: 16.

Решение. Если $z > 205$, то ложно только утверждение 2 . Если $200 \le z \le 205$, то ложными будут только утверждения 2 и 4 . При $66 \le z \le 199$ ложным будет только утверждение 4 . При $17 \le z \le 65$ ложными будут только утверждения 1 и 4 . При $z = 16$ ложными будут только утверждения 1, 3 и 4 . При $z \le 15$ ложными будут все утверждения, кроме 2.

Комментарии. Только верный ответ – 0 баллов. Показано, что $z = 16$ подходит – 1 балл.

8.2. В треугольнике ABC угол ABC равен 120 градусов, а на стороне AC отмечены точки K и M так, что AK = AB и CM = CB. Из точки K проведен перпендикуляр KH к прямой BM. Найдите отношение BK : KH .

Ответ: 2 : 1.

Комментарии. Только верный ответ – 0 баллов.

Решение. Так как AK = AB и CM = CB, то угол KBM = угол KBA + угол MBC – угол ABC = $(180^0$– угол CAB $)/2 + (180^0$ – угол ACB $)/2 – 120^0 = 30^0$. Так как в прямоугольном треугольнике BHK угол при вершине B равен 30^0, то BK : KH = 2 : 1.

8.3. Тоша едет из пункта A в пункт B через пункт C . От A до C Тоша едет со средней скоростью 75 км/ч, а от C до B Тоша едет со средней скоростью 145 км/ч. При этом на весь путь от A до B у Тоши ушло 4 часа 48 минут. На следующий день Тоша едет обратно со средней скоростью 100 км/ч. При этом на путь от B до C у Тоши ушло 2 часа, а путь из C в A Тоша проехал со средней скоростью 70 км/ч. Найдите расстояние между B и C.

Ответ: 290 км.

Решение. Обозначим за x км расстояние между B и C , а за y км – расстояние между A и C . Из системы уравнений $x/145 + y/75 = 24/5$ и $(x + y)/100 = 2 + y/70$ находим: $x = 290$ и $y = 210$.

Комментарии. Только верный ответ – 0 баллов. Система уравнений составлена верно, но при её решении допущена вычислительная ошибка – 5 баллов.

8.4. Докажите, что существует бесконечно много натуральных чисел n, для которых числа $2n-3$ и $3n-2$ имеют не равный 1 общий делитель.

Решение. Достаточно заметить, что при любом целом положительном k при $n = 5k-1$ числа $2n-3 = 10k-5$ и $3n-2 = 15k-5$ делятся на 5.

8.5. Из пяти элементов составлены четырнадцать множеств, причём выполнены три условия:

1) в каждом множестве есть хотя бы один элемент;
2) у каждых двух множеств есть хотя бы один общий элемент;
3) никакие два множества не совпадают.

Докажите, что из исходных пяти элементов можно составить ещё одно (пятнадцатое) множество, которое вместе с исходными четырнадцатью множествами также удовлетворяет указанным выше трём условиям.

Решение. Если среди 14 указанных множеств есть состоящее из одного элемента, то все остальные множества включают этот элемент. Всего есть $2^4 = 16$ множеств (включая пустое) без этого элемента. Добавляя к ним этот элемент, получим 16 подходящих множеств. Если среди 14 множеств нет одноэлементных, то предположим теперь, что там есть хотя бы одно множество из двух элементов. Если множество из двух элементов ровно одно, то исключая 5 одноэлементых множеств и 9 множеств из двух элементов, а также множество из трех элементов, не пересекающееся по входящим в набор множеством из двух элементов. Останется еще 15 подходящих множеств (например, 12, 123, 124, 125, 134, 135, 145, 234, 235, 245, 1234, 1235, 1245, 1345, 2345, 12345). Если множеств из двух элементов два (например, 12 и 13), то можно добавить 8 множеств из трёх элементов (исключая множества 345 и 245), 5 множеств из четырех элементов и одно множество из всех пяти элементов. Всего 16 множеств. Для трех множеств из двух элементов (например, 12, 13, 23) можно добавить 7 множеств из трех элементов, 5 множеств из четырех элементов и одно множество из 5 элементов. Опять есть 16 множеств. Для четырех множеств из двух элементов (например, 12, 13, 14, 15) можно добавить 6 множеств из трех элементов, 5 множеств из четырех элементов и одно множество из 5 элементов. Последний возможный случай: все множества содержит больше двух элементов. Тогда они все подойдут. А таких множеств тоже 16. Так что можно всегда найти 16 множеств.

Комментарии. Верно рассмотрен случай, когда среди 14 указанных множеств есть состоящее из одного элемента – 1 балл.