

## РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

### 8 класс

1. Чтобы дробь была целым числом необходимо, чтобы выполнялось условие:  $4n+9 = -1, 1, -3, 3$ . Тогда  $n = -2, -3$ , других значений нет.

Ответ:  $n = -2, -3$ .

2. По условию запишем уравнение, где  $x$  - указанное число:  $x^2+15=y^2$ ,  $y$  - целое число. Преобразуем уравнение и решим его в целых числах.  $y^2 - x^2=15$ ,  $(y-x)(y+x)=15$ . Отсюда получаем восемь систем уравнений:

1), 2)  $y-x=\pm 1$ ,  $y+x=\pm 15$ ; 3), 4)  $y-x=\pm 15$ ,  $y+x=\pm 1$ ; 5), 6)  $y-x=\pm 3$ ,  $y+x=\pm 5$ ;

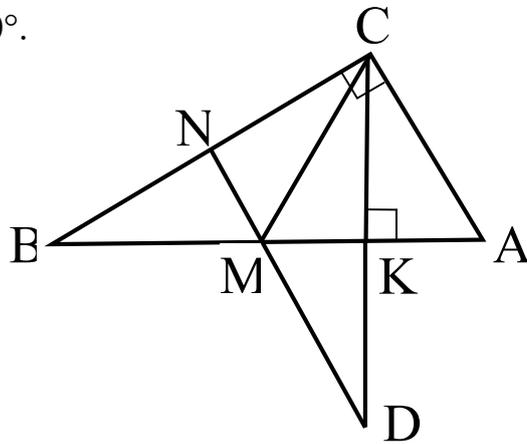
7), 8)  $y-x=\pm 5$ ,  $y+x=\pm 3$ .

Решениями этих систем являются пары:  $(7,8)$ ,  $(-7,-8)$ ,  $(-7,8)$ ,  $(7,-8)$ ,  $(1,4)$ ,  $(-1,-4)$ ,  $(-1,4)$ ,  $(1,-4)$ .

Ответ: есть такие числа:  $7, -7, 1, -1$ .

3. Из равенств  $AM=MK$ ,  $BN=NC$  следует, что  $MN$  - средняя линия треугольника  $ABC$ , значит  $MN \parallel CA$ , значит угол  $MDK$  равен углу  $ACK$  как накрест лежащие углы при параллельных прямых и секущей. Треугольники  $ACK$  и  $MKD$  равны (углы  $MKD$ ,  $ACK$  равны  $90^\circ$ ,  $CK = KD$ , углы  $MDK$ ,  $ACK$  равны). Значит  $AK = KM$ , тогда  $CM = CA$ . Так как  $MN$  - высота и медиана треугольника  $BMC$ , то  $CM=BM$ . Так как  $CM$  - медиана треугольника  $ABC$ , то  $CM=BM=MA$ , значит треугольник  $ACM$  - равносторонний, следовательно, угол  $A$  равен  $60^\circ$ , тогда угол  $B$  равен  $30^\circ$ .

Ответ:  $A=60^\circ$ ,  $B=30^\circ$ .



4. Обозначим производительность каждого принтера за 1 час:  $A$  - 1 принтер,  $B$  - 2 принтер,  $C$  - 3 принтер,  $D$  - 4 принтер,  $E$  - 5 принтер. Объем всей работы обозначим за 1.

Первое условие задачи:  $20(A+B+C)=1$ , второе условие:  $15(C+D+E)=1$ , третье условие:  $10(A+B+D+E)=1$ .

Из двух первых уравнений:  $60(A+B+2C+D+E)=7$ , отсюда находим  $C=1/120$ , тогда 3 принтер напечатает весь тираж за 120 часов.

Производительность всех принтеров за час:  $A+B+C+D+E=1/10+1/120=13/120$ , тогда они затратят  $120/13$  часов, что в 13 раз меньше, чем 3 принтер.

Ответ: в 13 раз.

5. Количество чисел - нечетное число, значит начинающий начинает и заканчивает игру, всего у него 13 ходов. Начинающий разделяет все числа на группы по остаткам от деления на 4, получается 4 группы: остатки 0,1,2,3. В группе с остатком 1 - 7 чисел, в остальных группах - по 6 чисел. Пара чисел в сумме делится на 4, если остатки от деления на 4 этих чисел в сумме дают 4 - это пары с остатками: 1 и 3, 2 и 2, 0 и 0. Начинающий вычеркивает первое число произвольно из группы 1, далее он либо уравнивает количество чисел в каждой группе с остатками 1 и 3, если такие числа есть, либо делает четным количество оставшихся чисел в группах с остатками 0 или 2. При такой игре перед его последним ходом остается 3 числа, при этом возможны следующие варианты. Либо хотя бы два из чисел относятся одновременно к группе с остатком 0 или 2, тогда он вычеркивает третье число. Либо есть пара чисел, одно из которых относится к группе с остатком 1, а второе - к группе с остатком 3, тогда он вычеркивает третье число. Начинающий выигрывает.

Ответ: Чебурашка может выиграть.