

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике
2020-2021 учебный год**

10 класс

1. В ряд стоят 50 человек, все разного роста. Ровно 15 из них выше своего левого соседа. Сколько человек при этом может быть выше своего правого соседа? (Приведите все варианты и докажите, что других нет)
2. Прямая пересекает график функции $y = x^2$ в точках с абсциссами x_1 и x_2 , а ось абсцисс – в точке с абсциссой x_3 . Докажите, что $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_3}$. (x_1, x_2, x_3 – отличны от нуля.)
3. Докажите, что если $a^2 + b^2 + ab + bc + ca < 0$, то $a^2 + b^2 < c^2$.
4. На боковых сторонах AB и CD трапеции $ABCD$ выбраны точки X и Z соответственно. Отрезки CX и BZ пересекаются в точке Y . Оказалось, что пятиугольник $AXYZD$ — вписанный. Докажите, что $AY = DY$.
5. Максим выписал 2021 различное натуральное число и нашел их произведение. Оказалось, что это произведение делится ровно на 2020 различных простых чисел. Доказать, что из написанных Максимом чисел можно выбрать несколько чисел, произведение которых является полным квадратом, либо одно число, которое является полным квадратом.