

Ленинградская область
Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2020-2021 уч.год
10 класс

1. 50 учениц с пятого по девятый класс опубликовали в Инстаграмме суммарно 60 фотографий, каждая не меньше одной. Все ученицы одного класса (одной параллели) опубликовали равное число фотографий, а ученицы разных классов (разных параллелей) – разное. Сколько учениц опубликовали по одной фотографии?

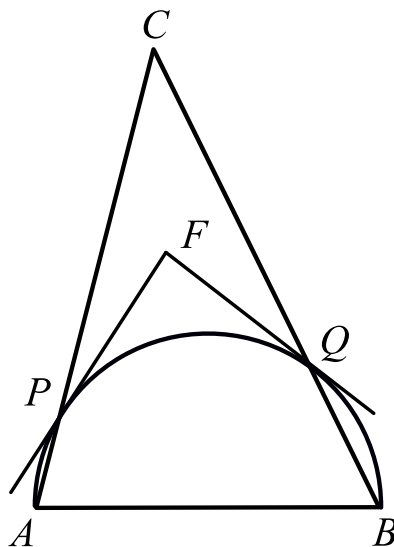
2. Найдите значение выражения

$$2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 2018^2 + 2020^2 - 1^2 - 3^2 - 5^2 - \dots - 2017^2 - 2019^2$$

3. a и b – положительные числа, и $a + b = 2$. Докажите неравенство

$$\frac{1}{a^2 + 1} + \frac{1}{b^2 + 1} \geq 1$$

4. В остроугольном треугольнике ABC сторона AB является диаметром окружности, которая пересекает боковые стороны AC и BC в точках P и Q соответственно. Касательные к окружности, проведенные в точках P и Q , пересекаются в точке F . Докажите, что прямые CF и AB перпендикулярны.



5. Даны натуральные числа $1, 2, 3, \dots, 10, 11, 12$. Разделите их на две группы так, чтобы частное от деления произведения всех чисел первой группы на произведение всех чисел второй группы было бы целым числом, и принимало наименьшее возможное значение. Чему равно это частное?

*Продолжительность выполнения заданий – 4 астрономических часа (240 минут).
Максимальное количество баллов за каждую задачу – 7 баллов. Итого 35 баллов за все задание.*