

## 10 класс

1. Числа  $\sqrt{2}$  и  $\sqrt{5}$  написаны на доске. Можно дописать на доску сумму, разность или произведение любых двух *различных* чисел, уже выписанных на доске. Докажите, что можно выписать на доске число 1.

2. Пусть  $a, b, c$  – положительные числа. Докажите, что

$$\frac{a}{b+2c} + \frac{b}{c+2a} + \frac{c}{a+2b} > \frac{1}{2}.$$

3. Из 80 одинаковых деталей Lego собрали несколько фигурок, причем число использованных деталей во всех фигурках разное. На изготовление трех самых маленьких фигурок ушло 14 деталей, в трех самых больших использовано суммарно 43. Сколько собрали фигурок? Сколько деталей в самой большой фигурке?

4. Диагонали описанной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  пересекаются в точке  $O$ . Радиусы вписанных окружностей треугольников  $AOD$ ,  $AOB$ ,  $BOC$  равны 6, 2 и  $3/2$  соответственно. Найдите радиус вписанной окружности треугольника  $COD$ .

5. На доске  $10 \times 10$  расставлены 10 фишек так, что в каждом горизонтальном и вертикальном ряду стоит по одной фишке. Можно ли оставшуюся часть доски замостить прямоугольниками  $1 \times 2$  (по клеткам)?