МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ТУР
2020 — 2021 УЧ. Г.

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ 10 КЛАСС

Уважаемый участник олимпиады!

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т. п. (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны тексте.

6. Условия задач переписывать не нужно.

7. Все задачи равноценны и оцениваются из **7 баллов** за задачу.

Максимальная оценка за работу — **42 балла**.
Время на выполнение заданий — **4 часа**.

Желаем Вам успеха!

10 КЛАСС

10.1. Уравнение $(x+a)(x+b)=9$ имеет корень $a+b$. Докажите, что тогда $ab \leqslant 1$.

10.2 Известно, что 10% человек владеют не менее, чем 90% всех денег в мире. Для какого наименьшего количества (в процентах) всех людей можно гарантировать, что эти люди владеют 95% всех денег?

10.3 В четырехугольнике $ABCD$ углы A и C — прямые. Из точек B и D опустили перпендикуляры на диагональ AC и получили соответственно точки M и N. Докажите, что $AM = CN$.

10.4 Пусть n — натуральное число, большее 10. Какая цифра может стоять сразу после запятой в десятичной записи числа $\sqrt{n^2+n}$? Приведите все варианты ответа и докажите, что других нет.

10.5 Ваня сдал три ЕГЭ: по русскому, математике и физике. По русскому он набрал на 5 баллов меньше, чем по физике, а по физике — на 9 баллов меньше, чем по математике. Золотая рыбка, приснившаяся Ване, пообещала ему выполнить любое количество желаний следующих видов:

1) прибавить по баллу за каждый экзамен;

2) за один экзамен (по выбору Вани) уменьшить баллы на 3, а за два остальных — увеличить на 1.

Рыбка исполняет желание, если при этом ни один результат не превысит 100 баллов. Может ли случится так, что Ваня во сне

а) наберёт 100 баллов хотя бы по двум экзаменам;

б) наберёт 100 баллов по всем трём экзаменам?

10.6 Некоторый тетраэдр $DABC$ разрезали по рёбрам DA, DB и DC и осуществили развёртку его поверхности на плоскость основания ABC. Оказалось, что развёртка представляет собой треугольник. Мог ли этот треугольник оказаться прямоугольным? Ответ обоснуйте.