

**Задания муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по  
математике 2020-2021 учебный год  
10 класс**

*Продолжительность олимпиады: 240 минут. Максимальное возможное количество баллов: 35*

**Задача 1 (7 баллов).**

Натуральные числа раскрашены в черный и белый цвет. Известно, что сумма белого и черного-черное, а произведение белого и черного – белое. Докажите, что сумма двух белых – белое.

**Задача 2 (7 баллов).**

Решите уравнение:

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = \sqrt{2}$$

**Задача 3 (7 баллов).**

В прямоугольнике площадью 5 кв. единиц расположены девять прямоугольников, площадь каждого из которых равна единице. Докажите, что площадь общей части некоторых двух прямоугольников больше или равна  $1/9$ .

**Задача 4 (7 баллов).**

Дан треугольник  $ABC$ . Центры вневписанных окружностей  $O_1$ ,  $O_2$  и  $O_3$  соединены прямыми. Доказать, что треугольник  $O_1O_2O_3$  — остроугольный.

**Задача 5 (7 баллов)**

В игре «Дротики» есть 20 наружных секторов, пронумерованных от 1 до 20 и два центральных сектора. При попадании в наружный сектор игрок получает количество очков, совпадающее с номером сектора, а за попадание в центральный сектора он получает 25 или 50 очков соответственно. В каждом из наружных секторов есть области удвоения и утроения, которые, соответственно, удваивают или утраивают номинал сектора. Так, например, попадание в сектор 10 (не в зоны удвоения и утроения) дает 10 очков, в зону удвоения сектора — 20 очков, в зону утроения — 30 очков. С помощью какого наименьшего количества бросков, игрок может набрать ровно 647 очков?