

Муниципальный этап ВсОШ 2020-2021. 11 КЛАСС

Продолжительность — 4 часа (240 минут).

В каждой задаче требуется предъявить развернутое решение.

11.1. Решая уравнение $x^4 - 3x^3 - 2x^2 - 4x + 1 = 0$, Вася получил среди корней ровно один отрицательный. Не ошибся ли Вася?

11.2. Прямая с положительным угловым коэффициентом проходит через точку $(0, 2020)$ и пересекает параболу $y = x^2$ в двух точках с целыми координатами. Какие значения может принимать угловой коэффициент? Перечислите все возможные варианты и объясните, почему других нет.

11.3. Дан треугольник ABC . Известно, что $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 75^\circ$. На стороне BC как на гипотенузе внутри треугольника ABC построен равнобедренный прямоугольный треугольник BDC . Чему равен угол DAC ?

11.4. Докажите неравенство $(1 + x + x^2 + \dots + x^{2020}) \cdot (1 + x^{2020}) \geq 4040x^{2020}$, где $x \geq 0$.

11.5. В математическом классе учится 36 учеников. Ровно один из них стал недавно победителем математической олимпиады. Каждый из его одноклассников имеет с ним ровно пять общих друзей. Докажите, что в классе есть ученик с нечетным числом друзей.