

II (муниципальный) этап
XLVII Всероссийской олимпиады школьников
по математике.
2020 год Саратовская область 11 класс (4 часа)

1. Математик и физик стартовали одновременно и побежали по беговой дорожке к финишу. После финиша математик сказал: «Если бы я бежал в два раза быстрее, то опередил бы физика на 12 секунд». А физик после финиша сказал: «Если бы я бежал в два раза быстрее, то опередил бы математика на 36 секунд». На сколько секунд победитель опередил второго участника?
2. На острове живут 7 аборигенов, которые знают математику и физику, 6 аборигенов, которые знают физику и химию, 3 аборигена, которые знают химию и математику, и 4 аборигена, которые знают физику и биологию. Сколькими способами можно набрать команду из трёх человек, которые вместе знают хотя бы три предмета из четырёх? Четыре предмета: математика, физика, химия и биология.
3. Докажите, что для любых положительных чисел x , y и z справедливо неравенство

$$\frac{x}{x+2y+3z} + \frac{y}{y+2z+3x} + \frac{z}{z+2x+3y} \leq \frac{4}{3}.$$

4. Серединный перпендикуляр к стороне AB вписанного четырёхугольника $ABCD$ пересекает диагональ AC в точке P . Серединный перпендикуляр к стороне CD пересекает диагональ BD в точке Q . Докажите, что $PQ \parallel AD$.
5. Островландия состоит из десяти островов, некоторые из которых соединены между собой двусторонними авиалиниями. Если выбрать любые 9 островов, то можно облететь их один за другим и в конце вернуться на начальный остров. Найдите минимальное количество авиалиний, которое может быть в этом государстве.

II (муниципальный) этап
XLVII Всероссийской олимпиады школьников
по математике.
2020 год Саратовская область 11 класс (4 часа)

1. Математик и физик стартовали одновременно и побежали по беговой дорожке к финишу. После финиша математик сказал: «Если бы я бежал в два раза быстрее, то опередил бы физика на 12 секунд». А физик после финиша сказал: «Если бы я бежал в два раза быстрее, то опередил бы математика на 36 секунд». На сколько секунд победитель опередил второго участника?
2. На острове живут 7 аборигенов, которые знают математику и физику, 6 аборигенов, которые знают физику и химию, 3 аборигена, которые знают химию и математику, и 4 аборигена, которые знают физику и биологию. Сколькими способами можно набрать команду из трёх человек, которые вместе знают хотя бы три предмета из четырёх? Четыре предмета: математика, физика, химия и биология.
3. Докажите, что для любых положительных чисел x , y и z справедливо неравенство

$$\frac{x}{x+2y+3z} + \frac{y}{y+2z+3x} + \frac{z}{z+2x+3y} \leq \frac{4}{3}.$$

4. Серединный перпендикуляр к стороне AB вписанного четырёхугольника $ABCD$ пересекает диагональ AC в точке P . Серединный перпендикуляр к стороне CD пересекает диагональ BD в точке Q . Докажите, что $PQ \parallel AD$.
5. Островландия состоит из десяти островов, некоторые из которых соединены между собой двусторонними авиалиниями. Если выбрать любые 9 островов, то можно облететь их один за другим и в конце вернуться на начальный остров. Найдите минимальное количество авиалиний, которое может быть в этом государстве.