

11 класс

Продолжительность олимпиады — 4 часа

1. Разобьём ряд натуральных чисел на группы:

$$(1), (2, 3), (4, 5, 6) (7, 8, 9, 10), \dots$$

Обозначим S_n сумму n -ой группы чисел. Найдите $S_{16} - S_4 - S_1$.

2. Докажите, что если при любом значении x и постоянном c имеет место равенство $f(x+c) = \frac{2}{1+f(x)} - 1$, то $f(x)$ — периодическая функция.

3. Хорда AB окружности радиуса R продолжена на отрезок $BC = AB$, точка C соединена отрезком с центром окружности O , причем CO пересекает окружность в точке D . Доказать, что $CD = 4R \sin 18^\circ$, если известно, что на AB можно построить квадрат, вписанный в данную окружность.

4. Найдите все решения уравнения $x^2 - 12 \cdot [x] + 20 = 0$, где $[x]$ — наибольшее целое, не превосходящее x .

5. В каждую ячейку таблицы 6×6 поместили числа $+1$ или -1 так, что произведение всех чисел любой строки и любого столбца является положительным. Сколькими способами это можно сделать?

*По окончании написания олимпиады листочек с заданиями
можно забрать с собой!*

11 класс

Продолжительность олимпиады — 4 часа

1. Разобьём ряд натуральных чисел на группы:

$$(1), (2, 3), (4, 5, 6) (7, 8, 9, 10), \dots$$

Обозначим S_n сумму n -ой группы чисел. Найдите $S_{16} - S_4 - S_1$.

2. Докажите, что если при любом значении x и постоянном c имеет место равенство $f(x+c) = \frac{2}{1+f(x)} - 1$, то $f(x)$ — периодическая функция.

3. Хорда AB окружности радиуса R продолжена на отрезок $BC = AB$, точка C соединена отрезком с центром окружности O , причем CO пересекает окружность в точке D . Доказать, что $CD = 4R \sin 18^\circ$, если известно, что на AB можно построить квадрат, вписанный в данную окружность.

4. Найдите все решения уравнения $x^2 - 12 \cdot [x] + 20 = 0$, где $[x]$ — наибольшее целое, не превосходящее x .

5. В каждую ячейку таблицы 6×6 поместили числа $+1$ или -1 так, что произведение всех чисел любой строки и любого столбца является положительным. Сколькими способами это можно сделать?

*По окончании написания олимпиады листочек с заданиями
можно забрать с собой!*