

Работа рассчитана на 180 минут

1. Указать наибольшее возможное число, в десятичной записи которого все цифры различны, а сумма его цифр равна 37.
2. Существует ли натуральное число, в записи которого встречаются только цифры 7 и 5 в равном количестве, и которое делится на 7 и 5?
3. На доске 4×4 расставьте 8 рыцарей и 8 лжецов так, чтобы каждый из них мог сказать: «Рядом со мной стоит ровно один рыцарь». Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда врут. Люди стоят рядом, если в занимаемых ими клетках есть общая сторона.
4. Имеется контур квадрата со стороной 20 см, его разрезали на две группы равных отрезков из трёх и четырёх отрезков. Какую длину имеют эти отрезки? Найти все возможные ответы.
5. Имеется пять старинных монет, среди которых две поддельные. Эксперт может про любые две монеты за шоколадку указать, сколько среди них поддельных. У коллекционера Васи четыре шоколадки. Сможет ли Вася найти поддельные монеты, если эксперт требует указать ему сразу (до начала проверок) все пары монет, которые он должен проверить, и плату внести заранее?
6. Прямоугольник 3×100 состоит из 300 квадратов 1×1 . Какое наибольшее число диагоналей можно провести в квадратах так, чтобы никакие две диагонали не имели общих концов? (В одном квадрате можно провести две диагонали, у них не будет общих концов. Общие внутренние точки разрешены.)

В решении каждой задачи нужно дать не только ответ, но и его обоснование.