

Муниципальный этап областной олимпиады школьников  
по математике  
2020–2021 учебный год

7 класс

1. Расстояние между городами  $A$  и  $B$  435 км. Из  $A$  выехал поезд со скоростью 45 км/ч. Через 40 мин навстречу ему из города  $B$  со скоростью 55 км/ч выехал другой поезд. На каком расстоянии друг от друга они будут за час до встречи?

2. Петя говорит, что если  $a^5$  делится на  $b^2$ , где  $a$  и  $b$  — натуральные числа, то  $a^2$  делится на  $b$ . Докажите, что он неправ, приведя опровергающий пример.

3. Сколько способов переставить буквы слова ГЕОМЕТРИЯ, чтобы никакие две согласные буквы не стояли рядом?

4. В классе учится 15 учеников. На дом им задали 6 задач по геометрии. Каждую задачу решило больше половины учеников класса. Докажите, что найдутся два ученика, которые (в совокупности) решили все 6 задач.

5. Среди пяти монет одна фальшивая. Настоящие монеты одной массы, а фальшивая другой массы. Имеются чашечные весы, которые работают так: при равенстве масс взвешиваемых грузов любая из чашек может опуститься вниз; когда же массы различны, весы работают правильно. Можно ли с помощью таких весов гарантированно определить фальшивую монету и установить при этом, легче она или тяжелее остальных?