

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике  
2020-2021 учебный год**

**8 класс**

1. На круговом шоссе длиной 13 км находятся пять различных населённых пунктов  $A, B, C, D, E$ . Может ли быть так, что кратчайшее расстояние по шоссе от  $A$  до  $B$  равно 3 км, от  $B$  до  $C$  — 6 км, от  $C$  до  $D$  — 4 км, от  $D$  до  $E$  — 5 км, а от  $E$  до  $A$  — 6 км?
2. У Ани столько же орехов, сколько у Бори и Вовы вместе. У Ани и Бори вместе орехов вдвое больше чем у Вовы. У одного из них 43 ореха. Сколько всего орехов у них троих?
3. Во дворе стоят 5 домов, в них живет 5, 15, 25, 35, 45 человек. Известно, что у каждого есть не менее двух тезок среди жителей двора. Докажите, что у кого-то есть тезка в своем доме.
4. На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $E$ , а на биссектрисе  $BD$  — точка  $F$  таким образом, что  $EF \parallel AC$  и  $AF = AD$ . Докажите, что  $AB = BE$ .
5. У царя Гороха в молодильных яблоках завелся червячок. Всего яблок у него 13 и лежат они по кругу в специальной коробке Для-Молодильных-Яблок. Чтобы его найти царь Горох решил воспользоваться чашечными весами. Он знает, что все яблоки весят одинаково, но то яблоко, в котором сейчас находится червячок, тяжелее. Есть небольшая проблема, связанная с тем, что после каждого взвешивания яблоки надо возвращать обратно в коробку, каждое на то самое место, на котором оно до этого и лежало. А после того, как царь Горох возвращает яблоки в коробку, червячок сразу же незаметно переползает в одно из двух соседних с ним яблок (и живет там, пока не будет произведено следующее взвешивание). Помогите царю Гороху найти червивое яблоко. (То есть после какого-то взвешивания царь Горох перед тем, как положить яблоки в коробку, может точно определить яблоко, внутри которого в данный момент находится червяк. Минимизировать количество взвешиваний не нужно.)