

8 класс

1. В корзине лежат фрукты (не менее пяти). Если вытащить наугад три фрукта, то среди них обязательно найдется яблоко. Если вытащить наугад четыре фрукта, то среди них обязательно найдется груша. Какие фрукты могут быть вытащены и в каком количестве, если взять наугад пять фруктов?
2. В одной вершине куба написано число 2021, а в остальных – нули. Можно прибавлять одновременно по единице к числам в концах любого ребра. Можно ли добиться, чтобы все числа, стоящие в вершинах куба, делились на 2?
3. В квадрате $ABCD$ отмечен центр – точка O , а на сторонах AB и BC отмечены точки M и N так, что $\angle MON = 90^\circ$. Докажите, что $MB + BN = AB$.
4. Дано натуральное число N . Вера делает с ним следующие операции: сначала прибавляет 3 до тех пор, пока получившееся число не станет делиться на 5 (если изначально N делится на 5, то ничего прибавлять не надо). Получившееся число Вера делит на 5. Далее делает эти же операции с новым числом, и так далее. Из каких чисел такими операциями нельзя получить 1?
5. Два фокусника показывают зрителю следующий фокус. У зрителя есть 48 карточек, пронумерованных числами от 1 до 48. Он выбирает из них 25 карточек и передает первому фокуснику. Тот возвращает зрителю две из них. Зритель добавляет к этим двум одну из оставшихся у него 23 карточек и, перемешав, передает эти три карточки второму фокуснику. Как фокусникам договориться, чтобы второй всегда с гарантией мог определить, какую из трех карточек добавил зритель?