

**Муниципальный этап
всероссийской олимпиады школьников
по математике**

2020/21 учебный год

8 класс

Дорогой друг! Желаем успеха!

Инструкция для учащихся

Олимпиада по математике состоит из 6 заданий. На выполнение Олимпиады отводится 4 астрономических часа. Каждое задание оценивается в 7 баллов, решение задания необходимо расписать подробно. Задания можно выполнять по своему усмотрению. Если задание не удастся выполнить сразу, перейдите к следующему. Если останется время, вернитесь к пропущенным заданиям.

Калькулятором, справочной литературой пользоваться нельзя!

Задания (максимальный балл за всю работу – 42)

1. По прогнозу экспертов цены на квартиры в Москве через год упадут в рублях на 20 %, а в евро – на 40 %. В Сочи через год цены на квартиры в рублях упадут на 10 %. На сколько упадут цены на квартиры в Сочи в евро? Предполагается, что курс евро по отношению к рублю (т. е. стоимость одного евро в рублях) один и тот же в Москве и в Сочи, однако он может меняться с течением времени. Ответ обосновать.

2. Три числа x, y, z удовлетворяют соотношению $x^2 + y^2 = xy \left(z + \frac{1}{z} \right)$.

Докажите, что хотя бы одно из чисел x или y равно произведению двух других чисел.

3. Какую градусную меру может иметь средний по величине угол треугольника?

4. Последовательность чисел $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ удовлетворяет соотношениям $a_n = a_{n-1} \cdot a_{n-3}$ при $n = 4, 5, 6, \dots$. Найдите a_{2019} , если известно, что $a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = -1$.

5. В треугольнике ABC проведена биссектриса BL , и на её продолжении за точку L выбрана точка K , для которой $LK = AB$. Оказалось, что прямая AK параллельна прямой BC . Докажите, что $AB > BC$.

6. По окружности вписано 100 целых чисел, сумма которых равна 1. Цепочкой назовём несколько чисел (возможно, одно), стоящих подряд. Найдите количество цепочек, сумма чисел в которых положительна.

