

9 класс (время решения – 4 часа)

1. Можно ли первые 8 натуральных чисел расставить по кругу так, чтобы каждое число делилось на разность своих соседей?
2. Про натуральные числа  $a$  и  $b$  известно, что  $5a - 1$  делится на  $b$ ,  $a - 10$  делится на  $b$ , но  $3a + 5$  не делится на  $b$ . Какие значения может принимать число  $b$ ?
3. В треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ . Известно, что в треугольнике  $A_1B_1C_1$  эти прямые также являются биссектрисами. Верно ли, что треугольник  $ABC$  равносторонний?
4. В поезде несколько одинаковых вагонов. Назовём вагон тесным, если в нём заполнено не менее половины мест. Докажите, что процент людей, едущих в тесных вагонах, не меньше, чем процент тесных вагонов.
5. Есть бесконечная клетчатая плоскость, ни одна точка которой не покрашена в синий цвет. За один рубль можно выбрать клетку и покрасить все её стороны в синий цвет, даже если какая-то сторона у неё уже была покрашена. Какую наименьшую сумму нужно заплатить, чтобы получить клетчатый квадрат  $1001 \times 1001$ , все линии сетки внутри и на границе которого будут покрашены в синий цвет? Не требуется, чтобы в итоге были покрашены только линии сетки квадрата.

9 класс (время решения – 4 часа)

1. Можно ли первые 8 натуральных чисел расставить по кругу так, чтобы каждое число делилось на разность своих соседей?
2. Про натуральные числа  $a$  и  $b$  известно, что  $5a - 1$  делится на  $b$ ,  $a - 10$  делится на  $b$ , но  $3a + 5$  не делится на  $b$ . Какие значения может принимать число  $b$ ?
3. В треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ . Известно, что в треугольнике  $A_1B_1C_1$  эти прямые также являются биссектрисами. Верно ли, что треугольник  $ABC$  равносторонний?
4. В поезде несколько одинаковых вагонов. Назовём вагон тесным, если в нём заполнено не менее половины мест. Докажите, что процент людей, едущих в тесных вагонах, не меньше, чем процент тесных вагонов.
5. Есть бесконечная клетчатая плоскость, ни одна точка которой не покрашена в синий цвет. За один рубль можно выбрать клетку и покрасить все её стороны в синий цвет, даже если какая-то сторона у неё уже была покрашена. Какую наименьшую сумму нужно заплатить, чтобы получить клетчатый квадрат  $1001 \times 1001$ , все линии сетки внутри и на границе которого будут покрашены в синий цвет? Не требуется, чтобы в итоге были покрашены только линии сетки квадрата.