

II (муниципальный) этап
XLVII Всероссийской олимпиады школьников
по математике.

2020 год Саратовская область 9 класс (4 часа)

1. Среди жителей города С. 30% не учит математику, а среди тех, кто учит математику, 70 % её не понимают. Среди жителей, понимающих математику, всего 20 % её применяет на практике, а среди жителей, применяющих математику, её любит только каждый седьмой. Какой процент жителей города С любит математику?
2. Может ли десятичная запись суммы попарных произведений трёх последовательных чисел оканчиваться на 2019?
3. Докажите, что для любых положительных p, q, r выполняется неравенство

$$\left(\frac{1}{pq} + \frac{1}{qr} + \frac{1}{rp}\right)^2 \geq \frac{3}{pqr} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right).$$

4. В прямоугольном треугольнике ABC с углом $\angle A = 60^\circ$ на гипотенузе AB отмечена точка N , а на отрезке CN отмечена его середина – точка K . Оказалось, что $AK = AC$. Медианы треугольника BCN пересекаются в точке M . Найдите угол между прямыми AM и CN .
5. В чемпионате класса по крестикам-ноликам участвуют 21 ученик. В каждом матче встречаются некоторые два ученика, ничьих нет. Ученик, дважды проигравший, прекращает участие в чемпионате. Побеждает один ученик, оставшийся после выбывания остальных. Какое наибольшее количество учеников могло одержать три или больше побед?

II (муниципальный) этап
XLVII Всероссийской олимпиады школьников
по математике.

2020 год Саратовская область 9 класс (4 часа)

1. Среди жителей города С. 30% не учит математику, а среди тех, кто учит математику, 70 % её не понимают. Среди жителей, понимающих математику, всего 20 % её применяет на практике, а среди жителей, применяющих математику, её любит только каждый седьмой. Какой процент жителей города С любит математику?
2. Может ли десятичная запись суммы попарных произведений трёх последовательных чисел оканчиваться на 2019?
3. Докажите, что для любых положительных p, q, r выполняется неравенство

$$\left(\frac{1}{pq} + \frac{1}{qr} + \frac{1}{rp}\right)^2 \geq \frac{3}{pqr} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right).$$

4. В прямоугольном треугольнике ABC с углом $\angle A = 60^\circ$ на гипотенузе AB отмечена точка N , а на отрезке CN отмечена его середина – точка K . Оказалось, что $AK = AC$. Медианы треугольника BCN пересекаются в точке M . Найдите угол между прямыми AM и CN .
5. В чемпионате класса по крестикам-ноликам участвуют 21 ученик. В каждом матче встречаются некоторые два ученика, ничьих нет. Ученик, дважды проигравший, прекращает участие в чемпионате. Побеждает один ученик, оставшийся после выбывания остальных. Какое наибольшее количество учеников могло одержать три или больше побед?