

11 КЛАСС

Максимальное количество 35 баллов

11.1. Сначала были натуральные числа, от 1 до 2021. И были они белые. Потом троичник Боря перекрасил каждое третье число в синий цвет. Потом пришёл отличник Вова и перекрасил каждое пятое число в красный цвет. Сколько осталось белых чисел? (7 баллов)

Решение

Боря перекрасил числа, кратные 3, всего $[2021:3]=673$ числа. Вова перекрасил $[2021:5]=404$ число. $673+404=1077$. Но числа кратные 15, посчитаны два раза. $[2021:15]=134$. Значит, белых чисел останется $2021-1077+134=1078$.

Ответ: 1078 белых чисел

критерии	баллы
1. верное решение	7
2. Не учтено, что числа кратные 15 посчитаны дважды.	4
3. За каждую арифметическую ошибку	1

11.2. Доктор Прививкин и доктор Уколкин провели вакцинацию всех жителей села Ковидово. Прививкин подумал: если бы я сделал прививок на 40% больше, то доля Уколкина уменьшилась бы на 60%. А как изменилась бы доля Уколкина, если бы Прививкин сделал прививок на 50% больше? (7 баллов)

Решение

40% от уколов, сделанных Прививкиным равны 60% от количества уколов, сделанных Уколкиным, поэтому Прививкин сделал в 1,5 раза больше уколов. Следовательно, увеличение доли Прививкина на n %, уменьшает долю Уколкина на $1,5n$ %.

Ответ: Уменьшилась бы на 75%.

критерии	баллы
1. верное решение	7
2. Найдено, что Прививкин сделал в 1,5 раза больше уколов	3
3. необоснованный верный ответ	0

11.3. У листочков одна сторона покрашена в какой-то цвет, на другой нарисован смайлик. Перед Вами лежат 4 листочка: первый жёлтый, второй чёрный, третий с весёлым смайликом и четвёртый с грустным смайликом. Вам нужно проверить утверждение: «Если на одной стороне листочка весёлый смайлик, то другая сторона покрашена в жёлтый цвет».

Какое наименьшее число листочков надо перевернуть, чтобы проверить истинность этого утверждения? Какие именно? **(7 баллов)**

Решение.

Первый листочек переворачивать не надо, если на нём весёлый смайлик – то всё нормально, если грустный – то про него в утверждении ничего не говорится.

Второй перевернуть надо, если там весёлый смайлик, то утверждение неверно.

Третий перевернуть надо, если там не жёлтый цвет, то утверждение не верно.

Четвёртый листочек переворачивать не надо, в утверждении про грустный смайлик ничего не сказано.

Ответ: Две. Второй и третий.

<i>критерии</i>	<i>баллы</i>
1. верное решение	7
2. Каждая верно перевёрнутая карточка	3
3. Каждая неверно перевёрнутая карточка	-2

4

11.4. Основание прямой призмы — четырехугольник, вписанный в окружность радиуса 25 см. Площади боковых граней относятся, как 7:15:20:24, длина диагонали наибольшей боковой грани 52 см. Вычислите площадь поверхности призмы. **(7 баллов)**

Решение

Стороны основания $7x$, $15x$, $20x$, $24x$. Так как $(7x)^2 + (24x)^2 = (15x)^2 + (20x)^2$, то два угла основания — прямые. $(15x)^2 + (20x)^2 = 50^2$, $x = 2$. Стороны основания 14, 30, 40, 48 см, высота $H = \sqrt{52^2 - 48^2} = 20$ (см). $S_n = 4512$ см².

Ответ: 4512 см²

<i>критерии</i>	<i>баллы</i>
1. верное решение	7

2. Доказано, что диагональ основания является диаметром	4
3. выражена высота призмы как $\sqrt{52^2 - (24x)^2}$	2
4. стороны основания представлены как $7x, 15x, 20x, 24x$	1
5. за каждую арифметическую ошибку	-1

11.5. Решите уравнение $2021x^{2021} - 2021 + x = \sqrt[2021]{2022 - 2021x}$. (7 баллов)

Решение

Функция $f(x) = 2021x^{2021} - 2021 + x$ – возрастающая, а функция $g(x) = \sqrt[2021]{2022 - 2021x}$ – убывающая. Следовательно, уравнение $f(x) = g(x)$ имеет не более одного корня. Но, очевидно, $f(1) = g(1)$.

Ответ: $x = 1$.

критерии	баллы
верное решение	7
Доказано, что корней не больше одного.	4
Найден корень, но не доказано, что других корней нет	2