

Дорогие ребята!

Поздравляем Вас с участием

в муниципальном этапе Всероссийской олимпиады школьников по математике.

Выполняя задания, не спешите, так как они требуют применения не только знаний, но и общей эрудиции и творческого подхода.

Во время олимпиады категорически запрещается пользоваться мобильными телефонами.

На выполнение заданий отводится 4 (четыре) астрономических часа.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Максимальное число баллов, которое может получить участник, равно 35.

Успеха Вам в работе!

11.1. Найти сумму квадратов всех действительных корней уравнения

$$z^5 + 2010z^2 + 2011 = z^4 + 2011z^3 + 2012z.$$

11.2. В алфавите жителей сказочной планеты YZZ2020 всего две буквы: буква Y и буква Z.

Все слова начинаются на буквы Y и заканчиваются также на букву Y. В любом слове буква Y не может соседствовать с другой буквой Y. Также не может идти подряд больше, чем 2 буквы Z. Например, слова YZZY, YZYZYZY, YZZYZYZZY являются допустимыми, а слова YZZYZ, YZYYZY, YZYZZZY – нет. Сколько 20-буквенных слов в словаре этой планеты?

11.3. В круговом турнире (каждый участник сыграл с каждым из остальных ровно один раз) по теннису принимали участие 73 игрока. После окончания турнира всех игроков разделили на две группы: в первой группе любой из игроков одержал по n побед, во второй группе любой из игроков одержал по m побед. Могут ли числа m и n быть различными?

11.4. Хорды AB и CD окружности с центром O имеют длину 4. Продолжения отрезков BA и CD соответственно за точки A и D пересекаются в точке P. Прямая PO пересекает отрезок AC в точке L, причем $AL : LC = 2 : 3$. Найти AP.

11.5. Двое играют в следующую игру. Есть три кучки камней. В первой из них лежит 7 камней, во второй – 9 камней, в третьей – 11 камней. Ходят по очереди. За один ход разрешается либо взять из любой кучки один камень, либо взять по одному камню из любых двух кучек. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто может выиграть в этой игре независимо от ходов соперника?