

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады  
школьников по математике  
в 2021 – 2022 учебном году  
11 класс**

*Время выполнения заданий — 4 часа*

**11.1.** *Учитель литературы решил выяснить у учеников из 11«А» класса, сколько человек из их класса отсутствуют. Он получил такие ответы: Петр: «Больше одного». Виктор: «Больше двух». Татьяна: «Больше трёх». Чарльз: «Больше четырёх». Полина: «Меньше четырёх». Шурик: «Меньше трёх». Сколько человек в 11«А» классе отсутствует на самом деле, если ровно три ученика сказали правду? Приведите все варианты ответа и докажете, что других нет.*

**11.2.** *На доске записано 10 действительных чисел; сумма любых трёх из них больше семи. Может ли случиться так, что*

*а) сумма любых семи из них меньше шестнадцати;*

*б) сумма любых пяти из них меньше двенадцати?*

*Ответы обоснуйте.*

**11.3.** *На ребре  $AA_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром длины  $3\sqrt{2}$  отмечена точка  $K$ . В пространстве отмечена такая точка  $T$ , что  $TB = 7$  и  $TC = \sqrt{67}$ . Какое наименьшее и наибольшее значение может иметь длина отрезка  $TK$ ? Ответ обоснуйте.*

**11.4.** *Для некоторых функций  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  и  $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  имеет место тождество*

$$f(x)g(y) = axy + bx + cy + 1,$$

*где  $a, b, c$  — константы, а  $x$  и  $y$  — любые действительные числа. Докажите, что  $a = bc$ .*

**11.5.** *Дан острый угол  $O$ . На одной его стороне берём точку  $A_1$  и опускаем перпендикуляр  $A_1A_2$  на другую сторону угла. Затем из точки  $A_2$  опускаем перпендикуляр на  $OA_1$ , получаем точку  $A_3$  и т. д. Как с помощью циркуля и линейки построить отрезок, равный длине бесконечной ломаной  $L = A_1A_2 + A_2A_3 + \dots$ ? Приведите построение и обоснуйте, что в его результате получится отрезок требуемой длины.*

**11.6.** *В соревновании, проходящем в виде однокругового турнира, каждая команда играет с каждой ровно один раз. По окончании однокругового турнира по футболу среди 16 команд оказалось, что команда «Джокер» выиграла у всех тех команд, которые в итоговой таблице находятся выше «Джокера» (по набранным очкам), но проиграла всем тем, которые находятся ниже. При этом команд, которые набрали столько же очков, что и «Джокер», не нашлось. Какое самое высокое место в турнире мог занять «Джокер»? Ответ обоснуйте. (Известно, что в футболе за победу дают 3 очка, за ничью — 1, за поражение — 0.)*