

11 класс

11.1. Жюри, составляя варианты районной олимпиады по математике для 7, 8, 9, 10, 11 классов, стремится к тому, чтобы в варианте для каждого класса было ровно 7 задач, из которых ровно 4 не встречаются ни в одном другом варианте. Какое максимальное число задач можно включить в олимпиаду?

11.2. Расположите на плоскости шесть точек так, чтобы каждая прямая, проведённая через любые две из них, разбивала плоскость на две полуплоскости, в каждой из которых было расположено разное количество точек.

11.3. На столе по кругу расположены 10 карточек, у которых одна сторона белая, другая – черная. Изначально все карточки лежат белой стороной вверх. Разрешается за один ход или перевернуть четыре карточки, лежащие подряд, или выбрать пять подряд идущих карточек и перевернуть четыре из них – первую, вторую, четвёртую и пятую. Удастся ли за несколько таких ходов перевернуть все карточки черной стороной вверх?

11.4. Решите уравнение:

$$\frac{10}{x+10} + \frac{10 \cdot 9}{(x+10)(x+9)} + \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{(x+10)(x+9)(x+8)} + \dots + \frac{10 \cdot 9 \dots 2 \cdot 1}{(x+10)(x+9) \dots (x+1)} = 11.$$

11.5. Три ребра тетраэдра, выходящие из одной вершины взаимно перпендикулярны, и имеют длины 3, 4 и 4. Найдите радиусы вписанной и описанной сфер тетраэдра.