

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО
МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап.

11 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

11.1. Какое из чисел больше $\frac{1}{2021} \cdot (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2021})$ или

$\frac{1}{2022} \cdot (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2022})$?

11.2. Найдите все пары целых чисел (x, y) , для которых верно равенство

$$2x^2 + y^2 = 2xy + 3y.$$

11.3. В треугольнике ABC проведена биссектриса CD . Известно, что центр окружности, вписанной в треугольник BCD , совпадает с центром окружности, описанной около треугольника ABC . Найдите углы треугольника ABC .

11.4. На клетчатой доске 4×4 играют двое. Ходят по очереди, и каждый играющий своим ходом закрашивает одну клетку. Клетки закрашиваются один раз. Проигрывает тот, после чьего хода образуется квадрат 2×2 , состоящий из закрашенных клеток. Кто выигрывает при правильной игре: начинающий или его партнер?

11.5. Восемь бегунов одновременно стартуют в одном направлении из разных точек беговой дорожки, и, пробежав с постоянной скоростью ровно один круг, каждый из них останавливается. (Скорости бегунов могут быть различными). Каждый раз, когда бегун обгоняет бегущего или стоящего бегуна, ему начисляется 1 балл, а каждый раз, когда его (бегущего или стоящего) обгоняет другой бегун, с него снимается 1 балл. Какое наибольшее число баллов мог заработать бегун после финиша всех участников?