Всероссийская олимпиада школьников по предмету

“МАТЕМАТИКА”

Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 11 класса

Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.

Задание №1. Пусть a и b – различные положительные числа. Известно, что $a^2 + b^2 = 4ab$. Найдите $\frac{a+b}{a-b}$. Ответ обоснуйте.

Задание №2. Положительное число x таково, что $[x] \cdot \{x\} = 2021$. Чему может быть равна разность $[x^2] - [x]^2$? (Как обычно, $[y]$ — это целая часть числа y, т. е. наибольшее целое число, не превосходящее y; $\{y\} = y - [y]$ — дробная часть числа y.)

Задание №3. Рассмотрим функции $y = x^2 + px + q$ при всевозможных p и q, для которых $p + q = 2021$. Докажите, что на плоскости есть точка, которая принадлежит графикам всех таких функций.

Задание №4. В треугольнике ABC точки P и Q – точки пересечения прямой, параллельной BC и проходящей через вершину A, с биссектрисами внешних углов B и C треугольника соответственно. Перпендикуляр к прямой BP, восставленный в точке P, и перпендикуляр к прямой CQ, восставленный в точке Q, пересекаются в точке R. Пусть I – центр вписанной окружности треугольника ABC. Докажите, что AI = AR.

Задание №5. Вадим располагает на клетчатой доске n × n плитки в виде прямоугольников 1 × 4 так, чтобы они не имели общих точек (плитки не могут даже касаться друг друга). При каком наименьшем n Вадиму удастся расположить таким образом 2021 плитку?

Всероссийская олимпиада школьников по предмету

“МАТЕМАТИКА”

Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 11 класса

Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.

Задание №1. Пусть a и b – различные положительные числа. Известно, что $a^2 + b^2 = 4ab$. Найдите $\frac{a+b}{a-b}$. Ответ обоснуйте.

Задание №2. Положительное число x таково, что $[x] \cdot \{x\} = 2021$. Чему может быть равна разность $[x^2] - [x]^2$? (Как обычно, $[y]$ — это целая часть числа y, т. е. наибольшее целое число, не превосходящее y; $\{y\} = y - [y]$ — дробная часть числа y.)

Задание №3. Рассмотрим функции $y = x^2 + px + q$ при всевозможных p и q, для которых $p + q = 2021$. Докажите, что на плоскости есть точка, которая принадлежит графикам всех таких функций.

Задание №4. В треугольнике ABC точки P и Q – точки пересечения прямой, параллельной BC и проходящей через вершину A, с биссектрисами внешних углов B и C треугольника соответственно. Перпендикуляр к прямой BP, восставленный в точке P, и перпендикуляр к прямой CQ, восставленный в точке Q, пересекаются в точке R. Пусть I – центр вписанной окружности треугольника ABC. Докажите, что AI = AR.

Задание №5. Вадим располагает на клетчатой доске n × n плитки в виде прямоугольников 1 × 4 так, чтобы они не имели общих точек (плитки не могут даже касаться друг друга). При каком наименьшем n Вадиму удастся расположить таким образом 2021 плитку?